

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $8000 = 8 + 10^3$

② $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^3$

③ $2^4 = 2 + 2 + 2 + 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$

해설

① $8000 = 8 \times 10^3$

③ $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \left(\frac{1}{11}\right)^3$

2. 정화는 10 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 ‘약수의 개수가 2 개인 층에서만 탑니다.’ 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층이 아닌 것은?

① 2 층 ② 3 층 ③ 5 층 ④ 7 층 ⑤ 9 층

해설

약수의 개수가 2 개인 층은 소수인 층이다. 따라서 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이므로 엘리베이터가 서지 않는 층은 9 층이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 3 은 소수이다.
- ② 1 과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 2 의 배수 중 소수는 1 개이다.
- ⑤ 소수는 약수가 2 개이다.

해설

가장 작은 소수는 2이다.

4. 360의 소인수의 개수를 x , 소인수들의 합을 y 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로
소인수는 2, 3, 5 이다.
 $\therefore x = 3, y = 2 + 3 + 5 = 10$

5. 60 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 5 ③ 12 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

6. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5

② 7

③ 15

④ 21

⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

7. $90 \times A = B^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

90을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

$$5$$

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^2 \times 5 \times A = B^2$ 을 만족하는 A 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 2×5 이다.

8. $\frac{252}{A} = B^2$ 을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최대값은?
- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

2)252

2)126

3)63

3)21

7

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$ 을 만족하는 B 의 값
중에서 가장 큰 자연수는 A = 7 일 때 $2 \times 3 = 6$ 이다.

9. 140 을 소인수분해하면 $2^a \times 5^b \times 7^c$ 일 때, 세 수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : $a = 2$
- ▷ 정답 : $b = 1$
- ▷ 정답 : $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

10. 24에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 18

해설

$$24 \times a = b^2$$

$$2^3 \times 3 \times a = b^2$$

$$a = 2 \times 3 = 6$$

$$2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore a + b = 18$$

11. 다음 중 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아닌 것은?

① 5×2^3

② 80

③ $2^3 \times 3 \times 5$

④ 125

⑤ 225

해설

② 80 을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$ 이다. 2^4 은 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아니다.

④ 125 를 소인수분해하면 $125 = 5^3$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

⑤ 225 를 소인수분해하면 $225 = 3^2 \times 5^2$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

12. 20의 약수의 개수와 $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$20 = 2^2 \times 5$ 의 약수의 개수는
 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)이다.
 $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는
 $(2+1) \times (a+1) = 6$ (개)가 되어야 한다.
 $\therefore a = 1$

13. 소인수가 2개인 어떤 자연수가 있다. 이 자연수를 소인수분해한 결과 $\square \times 5^4$ 이고, 약수의 개수가 20개 일 때, 가장 작은 자연수이다.

$\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\square \times 5^4$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(x+1) \times (4+1) = 20$ (개) 이므로

$$(x+1) \times (4+1) = (x+1) \times 5 = 20$$

$$x+1 = 4 \quad \therefore x = 3$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^3 = 8$$

14. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

15. 어떤 식 A 에서 $x-2$ 를 더해야 할 것을 잘못하여 빼더니 $4x+5$ 가 되었다. 이 때, A 는?

① $4x-2$

② $4x+2$

③ $5x+2$

④ $5x-2$

⑤ $5x+3$

해설

$$A - (x - 2) = 4x + 5$$

$$\begin{aligned} A &= 4x + 5 + (x - 2) \\ &= 4x + 5 + x - 2 \\ &= 5x + 3 \end{aligned}$$

16. A 와 B 두 사람이 뭇찌빠를 하여 이긴 사람은 계단을 세 칸 올라가고, 진 사람은 두 칸 내려가기로 했다. 9 번 경기를 한 후 A 는 처음보다 7 칸 위에, B 는 2 칸 위에 있었다. B 가 진 횟수를 구하여라. (단, 비기는 경우는 없다.)

▶ 답 : 회

▷ 정답 : 5 회

해설

A 가 이긴 횟수(= B 가 진 횟수)를 x 라고 하면 A 가 진 횟수(= B 가 이긴 횟수)는 $9 - x$ 이다.

B 는 2 칸 위에 있었으므로 등식은 다음과 같다.

$$3(9 - x) - 2x = 2$$

$$27 - 3x - 2x = 2$$

$$-5x = -25$$

$$x = 5$$

즉, B 는 5 회 졌다.

17. 일의 자리의 숫자가 8인 두 자리 자연수가 있다. 이 자연수는 각 자리 숫자의 합의 3 배보다 5가 크다. 이 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

십의 자리 숫자를 x 라고 하면 일의 자리 숫자가 8이므로 이 자연수는 $10x + 8$ 이고 각 자리의 수의 합은 $x + 8$ 이다.

$$10x + 8 = 3(x + 8) + 5$$

$$7x = 21$$

$$x = 3$$

따라서 두 자리 자연수는 38 이다.

18. 형과 동생은 연필을 각각 42자루, 6자루씩 가지고 있다. 형이 동생에게 연필 몇 자루를 주면 형이 가진 연필의 수가 동생이 가진 연필의 수의 3배가 된다. 형이 동생에게 몇 자루를 주어야 하는가?

- ① 4 자루 ② 5 자루 ③ 6 자루
④ 12 자루 ⑤ 36 자루

해설

x 자루를 준다고 하면 형에게 남은 연필은 $(42 - x)$ 자루, 동생은 $(6 + x)$ 자루의 연필을 가지게 된다.

$$42 - x = 3(x + 6)$$

$$4x = 24$$

$$\therefore x = 6$$

19. 십의 자리 숫자가 x 이고 일의 자리의 숫자가 4인 두 자리 자연수가 있다. 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수가 처음 수보다 9만큼 크다고 할 때, 처음 수를 구하는 식으로 옳은 것은?

① $x + 4 = 4 + x - 9$

② $4x + 9 = 4x$

③ $10x + 4 = 4x - 9$

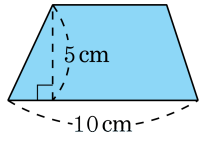
④ $10x + 4 = 40 + x - 9$

⑤ $10x + 4 = 40 + x + 9$

해설

십의 자리 숫자가 x 이고 일의 자리 숫자가 4인 수는 $10x + 4$ 이고, 십의 자리와 일의 자리 숫자를 바꾼 수는 $40 + x$ 이다. 따라서 $40 + x = 10x + 4 + 9$ 이다.

20. 아랫변의 길이가 10 cm, 높이가 5 cm, 넓이가 40 cm^2 인 사다리꼴이 있다. 이 사다리꼴의 윗변의 길이는 몇 cm인지 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

윗변의 길이를 $x\text{ cm}$ 라 하고 방정식을 세우면

$$\frac{x+10}{2} \times 5 = 40$$

이것을 풀면 $x+10=16$ 이다.

$$\therefore x=6 \text{ (cm)}$$

따라서 윗변의 길이는 6 cm이다.

21. 세로의 길이가 가로의 길이보다 2 cm 긴 직사각형의 둘레의 길이가 24 cm이다. 이때, 가로의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 5cm

해설

가로의 길이를 x 라 하면

$$2\{x + (x + 2)\} = 24$$

$x = 5 \text{ cm}$

22. 수진이와 희정이네 집사이의 거리는 1200m 이다. 수진이는 1 분에 60m 의 속력으로, 희정이는 1 분에 40m 의 속력으로 서로 상대방의 집을 향하여 각자의 집에서 동시에 출발하였다. 두 사람이 출발한 후 몇 분 후에 만나는가?

① 12분 ② 14분 ③ 16분 ④ 18분 ⑤ 20분

해설

두 사람이 x 분후에 만난다고 하면

$$60x + 40x = 1200, 100x = 1200, \therefore x = 12$$

23. $4x - 3(1 - ax) = -5 + 7x$ 가 x 에 관한 일차방정식이 되기 위한 상수 a 의 조건은?

① $a = 1$

② $a = 3$

③ $a \neq 1$

④ $a \neq -1$

⑤ $a \neq 3$

해설

$$4x - 3(1 - ax) = -5 + 7x$$

$$4x - 3 + 3ax = -5 + 7x$$

$$4x - 3 + 3ax + 5 - 7x = 0$$

$$(3a - 3)x + 2 = 0$$

좌변이 일차식이어야 하므로 x 의 계수가 0 이 아니어야 한다.

$$3a - 3 \neq 0$$

$$3a \neq 3 \quad \therefore a \neq 1$$

24. $ax + b = 5(x + 2)$ 의 해가 무수히 많을 때, a, b 의 조건을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 10$

해설

해가 무수히 많으므로 항등식이다.
따라서 $a = 5, b = 10$ 이다.

25. 어느 연못의 둘레의 길이가 3km 이다. 이 연못을 A 가 시속 3km 로 걷기 시작한 뒤, 20 분 후에 B 가 반대 방향으로 시속 2km 로 걸었다. B 가 떠난 뒤 몇 분 후에 두 사람은 만나겠는지 구하여라.

▶ **답:** 분

▶ 정답 : 24분

해설

B가 떠난 뒤 두 사람이 만나게 되는 시간을 x 시간 후라고 하자.

A가 걸은 거리는 $3\left(x + \frac{1}{3}\right)$,

B가 걸은 거리는 $2x$ 이다.

$$3\left(x + \frac{1}{3}\right) + 2x = 3$$

$x = 0.4$

$x = 0.4$
즉, 두 사람은 0.4 시간 후에 만난다. 이는 24 분 후 이다.