1. 소인수분해를 이용하여 15 와 21 의 최소공배수를 구하면?

① 80 ② 82 ③ 95 ④ 105 ⑤ 120

해설

$15 = 3 \times 5,\ 21 = 3 \times 7$

최소공배수 : $3 \times 5 \times 7 = 105$

2. 유나네 집 앞 아이스크림 가게의 네온사인은 10 초마다, 피시방의 네온사인은 8 초마다 불이 켜진다. 두 가게가 같은 시각에 네온사인의 불이 켜진다면 몇 초마다 동시에 불이 켜지는지 구하여라.

▶ 답 : _____ 초

▷ 정답 : 40 초

해설

10 과 8 의 최소공배수는 40 이므로 두 가게의 네온사인은 40 초마다 동시에 불이 켜진다.

3. $2^a = 8$, $7^b = 343$ 일 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$2^3 = 8$, $7^3 = 343$ 이므로 $b - a = 0$ 이다.

4. 다음 보기 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.

보기

㉠ 합성수는 모두 짝수이다.

㉡ 3 의 배수 중 소수는 1 개뿐이다.

㉢ 2 는 가장 작은 소수이다.

㉣ 짝수인 소수는 2 뿐이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ 15 는 합성수이지만 홀수이다.

5. 360 의 소인수의 개수를 x , 소인수들의 합을 y 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로
소인수는 2, 3, 5 이다.
$\therefore\ x = 3,\ y = 2 + 3 + 5 = 10$

6. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

㉠ 7, 11	㉡ 8, 15	㉢ 9, 21
㉣ 15, 22	㉤ 12, 60	㉥ 11, 121

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 3 개

해설

㉢ 9, 21 의 최대공약수는 3 이므로 서로소가 아니다.
㉤ 12, 60 의 최대공약수는 12 이므로 서로소가 아니다.
㉥ 11, 121 의 최대공약수는 11 이므로 서로소가 아니다.
따라서 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은 ㉠,㉡,㉣ 의 3 개이다.

7. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 5^3$ ② $2^3 \times 3^2$ ③ $3^2 \times 5^2$
④ $2^2 \times 7$ ⑤ $3^3 \times 7^3$

해설

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 에서
최대공약수 : $2^2 \times 7$ (지수가 작은 쪽)

8. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니바퀴의 수는 36 개, B 의 톱니의 수는 48 개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 A 가 몇 바퀴 돈 후인가?

① 4 바퀴 ② 5 바퀴 ③ 6 바퀴
④ 7 바퀴 ⑤ 8 바퀴

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의
최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.
$\therefore$ A 가 돈 회수는 $\frac{144}{36} = 4$(바퀴) 이다.

9. 가로 6cm , 세로 9cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6cm ② 9cm ③ 15cm ④ 18cm ⑤ 36cm

해설

6 과 9 의 최소공배수가 구하는 정사각형의 한 변이므로 18cm 가 된다.

10. 두 자연수의 최대공약수가 7 이고, 곱이 420 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면?

① 42 ② 49 ③ 56 ④ 60 ⑤ 63

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 할 때,
$G \times L = A \times B$
$420 = 7 \times$ (최소공배수) 이다.
$\therefore$ (최소공배수) $= 60$

11. 300 에 가장 가까운 11 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 297

해설

$11 \times 27 = 297$, $11 \times 28 = 308$ 이므로 300 에 가장 가까운 배수는 297 이다.

12. 120 보다 작은 7 의 배수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 17 개

해설

$120 \div 7 = 17.14\cdots$

즉, $7 \times 1 = 7$, $7 \times 2 = 14$, $\cdots$, $7 \times 17 = 119$

13. 10 이하의 자연수 중 약수의 개수가 3개 이상인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

약수의 개수가 3 개 미만인 수는 1과 소수이다.
10 이하의 소수는 $2, 3, 5, 7$ 4개이므로 약수의 개수가 3개 이상인 수는 $10 - 4 - 1 = 5$개이다.

14. 540 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수는?

① 3 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 15

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

$540 \times x$ 가 제곱수가 되기 위한 가장 작은 x 는 $3 \times 5 = 15$

15. $\frac{108}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 가장 작은 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$,

$\frac{108}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 가장 작은 자연수 n 은 3 이다.

16. $3^a \times 5^b$ 이 45 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $45 = 3^2 \times 5$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2$, $b = 1$ 일 때이므로 $a + b = 3$ 이다.

17. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 5^3　② 2×3　③ $2^2 \times 7^2$
④ $5^2 \times 7$　⑤ 13^6

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.
① $3 + 1 = 4$ (개)
② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)
③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)
④ $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)
⑤ $6 + 1 = 7$ (개)

18. 다음 중 옳은 것은?

① 소수는 모두 홀수이다.

② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.

③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.

④ 1 은 합성수이다.

⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

① 2 는 유일한 짝수이다.
② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

19. $2^3 \times 3 \times 7$와 180의 공약수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$2^3 \times 3 \times 7$ 과 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로 공약수의 합은 $1 + 2 + 3 + 2^2 + 2 \times 3 + 2^2 \times 3 = 28$ 이다.

20. 두 자연수 $6\times x$, $8\times x$ 의 최소공배수가 216 일 때, 자연수 x 의 값은?

① 7　　② 9　　③ 11　　④ 13　　⑤ 15

해설

$6\times x=2\ \times 3\times x$
$6\times x=2^3\times 3\times x$

최소공배수 : $2^3\times 3\times x=216\cdots$①

$24\times x=216$

$x=216\div 24=9$

21. 세 자연수의 비가 $3:4:6$ 이고 최소공배수가 96 일 때, 세 자연수 중 가장 큰 수는?

① 28 ② 48 ③ 56 ④ 70 ⑤ 84

해설

세 자연수의 비가 $3:4:6$ 이므로 세 자연수는 각각 $3\times a,\ 4\times a,\ 6\times a$ 로 나타낼 수 있다.
또한 최소공배수는 $2^2\times 3\times a = 96 = 2^5\times 3$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a=8$ 이다.
따라서 세 자연수는 각각 $24 = 3\times 8,\ 32 = 4\times 8,\ 48 = 6\times 8$ 이다.

22. 가로의 길이가 180cm 세로의 길이가 150cm 인 직사각형 모양의 벽에 되도록 큰 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 한 변의 길이와 필요한 타일의 개수를 각각 구한 것으로 옳은 것은?

① 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 60 개

② 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 30 개

③ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 60 개

④ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 30 개

⑤ 한 변의 길이 : 90cm , 타일의 개수 : 60 개

해설

타일의 한 변의 길이는 180, 150 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 180 & 150 \\ \hline 3 & 90 & 75 \\ \hline 5 & 30 & 25 \\ \hline & 6 & 5 \end{array} \quad \therefore 2 \times 3 \times 5 = 30$$

한 편, 필요한 타일의 개수는 직사각형 벽의 가로, 세로의 길이를 정사각형 타일의 한 변의 길이로 나눠 준 후 곱한 값이다.

(가로) $= 180 \div 30 = 6$(개)

(세로) $= 150 \div 30 = 5$(개)

$\therefore$ (필요한타일수) $= 6 \times 5 = 30$(개)

23. 네 변의 길이가 각각 96 m, 160 m, 192 m, 224 m 인 사각형 모양의 토지가 있다. 이 토지의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 울타리를 만들려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박아야 하고, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 한다. 말뚝 사이의 간격은 20 m 를 넘지 않게 할 때, 말뚝은 모두 몇 개가 필요한지 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 42 개

해설

말뚝과 말뚝 사이의 간격은 96, 160, 192, 224 의 공약수이고, 20 보다 작은 수 중 가장 큰 공약수는 16 이다. 사각형의 둘레는 $96 + 160 + 192 + 224 = 672$ (m) 이므로 말뚝의 개수는 $672 \div 16 = 42$ (개) 이다.

24. 길이가 각각 120 cm, 160 cm인 통나무가 있다. 제재소에서는 이들을 잘라 남는 부분이 없이 모두 같은 길이의 통나무를 만들려고 한다. 가능한 한 가장 긴 길이로 자른다고 할 때, 잘린 통나무 한 개의 길이와 통나무의 개수를 옳게 짝지은 것은?

	한 개의 통나무 길이	통나무의 개수
㉠	40 cm	7 개
㉡	40 cm	12 개
㉢	40 cm	40 개
㉣	12 cm	7 개
㉤	12 cm	12 개

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

120과 160의 최소공배수는 40 cm이므로 가능한 한 가장 긴 길이는 40 cm이고, 각각 3개, 4개를 자를 수 있다.
따라서 총 7개의 통나무를 자를 수 있다.

25. 두 수 $2^a \times 7^2$, $2^2 \times 7^b$ 의 최대공약수가 2×7^2 , 최소공배수가 $2^2 \times 7^4$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

최대공약수가 2×7^2 이므로 $a = 1$ 이고,
최소공배수가 $2^2 \times 7^4$ 이므로 $b = 4$ 이다.
따라서 $a + b = 5$ 이다.