

1. 다음 식이 모두 자연수가 되게 하는 자연수 x 의 최솟값을 구하고 그 자연수 y 를 각각 구하여라.

	자연수 x 의 최솟값	y
$y = \sqrt{270x}$	㉠	㉡
$n = \sqrt{\frac{120}{x}}$	㉢	㉣

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠= 30

▷ 정답 : ㉡= 90

▷ 정답 : ㉢= 30

▷ 정답 : ㉣= 2

해설

㉠ $270x = 2 \times 3^3 \times 5 \times x$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

㉡ 따라서 $y = \sqrt{270 \times 30} = 90$ 이다.

㉢ $\frac{120}{x} = \frac{2^3 \times 3 \times 5}{x}$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

㉣ 따라서 $y = \sqrt{\frac{120}{30}} = 2$ 이다.

2. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면, $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.

이 때, $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10)$ 의 값은?

- ① -10 ② 14 ③ 16 ④ 19 ⑤ 25

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3$ 이므로

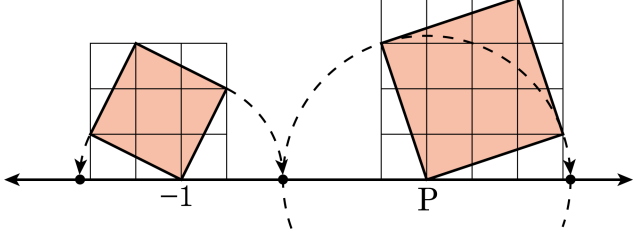
$N(1) = N(2) = N(3) = 1$

$N(4) = N(5) = \cdots = N(8) = 2$

$N(9) = N(10) = 3$

$\therefore 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$

3. 넓이가 5 와 10 인 정사각형 2 개를 그림과 같이 놓았을 때, 점 P 의 좌표를 구하면?



- ① $-1 - \sqrt{5} - \sqrt{10}$

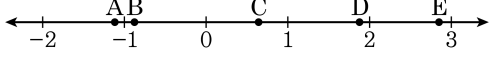
② $-1 + \sqrt{5} - \sqrt{10}$
- ③ $-1 - \sqrt{5} + \sqrt{10}$

④ $-1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$
- ⑤ $1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$

해설

$$P = -1 + \sqrt{9-4} + \sqrt{16-6} = -1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$$

4. 다음 수직선 위의 점 중에서 $-\sqrt{17}+6$ 에 대응하는 점은?



- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$-\sqrt{25} < -\sqrt{17} < -\sqrt{16}$ 에서
 $-5 < -\sqrt{17} < -4$ 이므로 $1 < -\sqrt{17}+6 < 2$ 이다.
 $\therefore -\sqrt{17}+6$ 에 대응하는 점은 점 D 이다.

5. 다음 중 두 수의 대소 관계를 바르게 나타낸 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{3}-1 < \sqrt{3}+1$

② $1 > \sqrt{2}$

③ $\sqrt{5}-2 > \sqrt{5}-1$

④ $0 > \sqrt{3}-2$

⑤ $\sqrt{2}+2 < 2\sqrt{2}$

해설

① $\sqrt{3}-1 < \sqrt{3}+1$

② $1 < \sqrt{2}$

③ $\sqrt{5}-2 < \sqrt{5}-1$

④ $0 > \sqrt{3}-2$

⑤ $\sqrt{2}+2 < 2\sqrt{2}$

양변에 $-\sqrt{2}$ 를 더하면

$-\sqrt{2} + \sqrt{2} + 2 < 2\sqrt{2} - \sqrt{2}$ 이고

$2 < \sqrt{2}$ 는 모순

6. $(3x - 2y + 1)^2$ 을 전개한 식에서 xy 의 계수를 A , y 의 계수를 B 라 할 때, $A - B$ 의 값은?

① 8 ② 4 ③ 0 ④ -4 ⑤ -8

해설

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= A \text{라 하면} \\ (3x - 2y + 1)^2 &= (A + 1)^2 \\ &= A^2 + 2A + 1 = (3x - 2y)^2 + 2(3x - 2y) + 1 \\ &= 9x^2 - 12xy + 4y^2 + 6x - 4y + 1 \\ \therefore A &= -12, B = -4 \\ \therefore A - B &= -8 \end{aligned}$$

7. $6x^2 + Ax - 15$ 는 두 개의 일차식으로 인수분해가 된다. 이 때, A 가 될 수 없는 것은?

① 1 ② 3 ③ -9 ④ 9 ⑤ 13

해설

- ① $6x^2 + x - 15 = (2x - 3)(3x + 5)$
- ② $6x^2 + 3x - 15$
- ③ $6x^2 - 9x - 15 = 3(x + 1)(2x - 5)$
- ④ $6x^2 + 9x - 15 = 3(x - 1)(2x + 5)$
- ⑤ $6x^2 + 13x - 15 = (x + 3)(6x - 5)$

8. 이차식 $x^2 + ax + b$ 를 인수분해 하는데 갑은 x 항의 계수를 잘못 보고 $(x + 4)(x - 7)$ 으로 인수분해 하였고 을은 상수항을 잘못 보고 $(x - 2)(x - 10)$ 으로 인수분해 하였다. 이 때, $a - b$ 의 값은?

① 10 ② 12 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

갑이 푼 이차식은 $(x + 4)(x - 7)$ 이므로 $x^2 - 3x - 28$ 이고,
 x 항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 -28 이다.
을이 푼 이차식은 $(x - 2)(x - 10)$ 이므로 $x^2 - 12x + 20$ 이고,
상수항을 잘못 보았으므로 x 항의 계수는 -12 이다.
 $\therefore a = -12, b = -28$
 $\therefore a - b = -12 - (-28) = 16$

9. $a - b = 4$, $ab = -2$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a - b)^2 + 2ab \\ &= 4^2 + 2 \times (-2) \\ &= 16 - 4 \\ &= 12 \end{aligned}$$

10. 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = \frac{5}{2}$

해설

$$x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$$

$$\text{i) } \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 0, \quad x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0$$

$$-\frac{3}{2} = k - 1$$

$$\therefore k = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ii) } \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = 0, \quad x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0$$

$$\frac{3}{2} = k - 1$$

$$\therefore k = \frac{5}{2}$$

따라서 k 는 양수이므로 $k = \frac{5}{2}$ 이다.

11. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 을 $(x - a)^2 = b$ 의 꼴로 변형할 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답 : $b = \frac{17}{4}$ 또는 4.25

해설

$$x^2 - 3x = 2$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = \frac{17}{4}$$

12. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore A = 3, B = 3$$

$$\therefore A + B = 6$$

13. 함수 $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ 에서 $f(a) = 0$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$f(a) = 0$ 이므로

$$3a^2 - 2a - 1 = 0, \quad (3a + 1)(a - 1) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } a = 1$$

한편, $a > 0$ 이므로 $a = 1$ 이다.

14. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 그래프 $y = f(x)$ 에 대하여 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$ 일 때, 다음 중 이 그래프 위의 점이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

보기

- $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ (1, -2)
- $\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{9}\right)$
- $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ (3, -12)
- $\textcircled{\tiny \text{㉣}}$ $\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$
- $\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ (-4, -30)

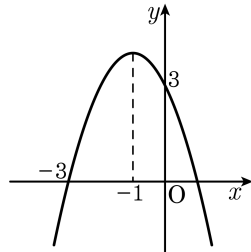
- $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ 1 개
- $\textcircled{\textcircled{\tiny \text{㉡}}}$ 2 개
- $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ 3 개
- $\textcircled{\tiny \text{㉣}}$ 4 개
- $\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ 5 개

해설

$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a$, $f(-2) = 4a$ 이므로
 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$, $2 \times \frac{1}{4} \times a - 4a = 7$, $-7a = 14$, $a = -2$ $\therefore f(x) = -2x^2$
 $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ $f(3) = -2 \times (-3)^2 = -18$ $\therefore$ (3, -18)
 $\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ $f(-4) = -2 \times (-4)^2 = -32$ $\therefore$ (-4, -32)
따라서 주어진 그래프 위의 점이 아닌 것은 $\textcircled{\tiny \text{㉢}}, \textcircled{\tiny \text{㉤}}$ 의 2 개이다.

15. 다음 그림을 보고 이차함수의 식을 구하면?

- ① $y = -(x+1)^2 + 1$ (또는 $y = -x^2 - 2x$)
② $y = -(x+1)^2 + 2$ (또는 $y = -x^2 - 2x + 1$)
③ $y = -(x+1)^2 + 3$ (또는 $y = -x^2 - 2x + 2$)
④ $y = -(x+1)^2 + 4$ (또는 $y = -x^2 - 2x + 3$)
⑤ $y = -(x+1)^2 + 5$ (또는 $y = -x^2 - 2x + 4$)



해설

축이 $x = -1$ 이므로
 $y = a(x+1)^2 + q$
점 $(-3, 0)$, $(0, 3)$ 을 지나므로
 $0 = 4a + q$, $3 = a + q$
두 식을 연립하여 풀면
 $a = -1$, $q = 4$
 $\therefore y = -(x+1)^2 + 4 = -x^2 - 2x + 3$

16. $\sqrt{x^2 + 35} = y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

㉠ 6

㉡ 9

㉢ 14

㉣ 18

㉤ 20

해설

$$\sqrt{x^2 + 35} = y$$

$$x^2 = 1 \text{ 일 때 } y = 6$$

$$x^2 = 289 \text{ 일 때 } y = 18$$

17. $\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$, $\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$, $\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $a < c$
- ② $a \times c < b$
- ③ $b < a^2 + c^2$
- ④ $a < \frac{b}{c}$
- ⑤ $\frac{a}{c} < \frac{1}{b}$

해설

$\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$
 $\rightarrow 18 \div \sqrt{6} = \frac{18}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18 \times 18}{6}} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$
 $\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$
 $\rightarrow 15 \div \sqrt{5} = \frac{15}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15 \times 15}{5}} = \sqrt{45}$
 $\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$
 $\rightarrow \sqrt{1.28} \div \sqrt{2} \times 10 = \sqrt{\frac{128}{100}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 = \sqrt{64} = 8$
따라서 $a = 3$, $b = 45$, $c = 8$ 이므로
① $3 < 8 \rightarrow a < c$
② $3 \times 8 < 45 \rightarrow a \times c < b$
③ $45 < 9 + 64 \rightarrow b < a^2 + c^2$
④ $3 < \frac{45}{8} \rightarrow a < \frac{b}{c}$
⑤ $\frac{1}{45} < \frac{3}{8} \rightarrow \frac{1}{b} < \frac{a}{c}$ 이다.

18. $(3a - 2b + 1)(3a + 2b - 1)$ 을 전개하면?

① $3a^2 - 2b^2 - 1$

② $9a^2 - 4b^2 - 1$

③ $9a^2 + 2b - 2b^2 - 1$

④ $9a^2 + 2b - 4b^2 - 1$

⑤ $9a^2 - 4b^2 + 4b - 1$

해설

$$\begin{aligned} & (3a - 2b + 1)(3a + 2b - 1) \\ &= \{3a - (2b - 1)\} \{3a + (2b - 1)\} \\ &= (3a)^2 - (2b - 1)^2 \\ &= 9a^2 - (4b^2 - 4b + 1) \\ &= 9a^2 - 4b^2 + 4b - 1 \end{aligned}$$

19. 다항식 $4x^4 - 5x^2 + 1$ 은 네 개의 일차식의 곱으로 인수 분해된다. 네 개의 일차식의 합은?

① $2x + 1$

② $2x - 1$

③ $6x$

④ $6x + 1$

⑤ $4x - 2$

해설

$$\begin{aligned}(4x^2 - 1)(x^2 - 1) &= (2x + 1)(2x - 1)(x + 1)(x - 1) \\ \therefore (\text{일차식의 합}) &= 2x + 1 + 2x - 1 + x + 1 + x - 1 \\ &= 6x\end{aligned}$$

20. 임의의 실수 x 의 정수 부분이 a 일 때, $[x] = a$ 로 나타내기로 한다.
 $2 \leq x < 3$ 일 때, 방정식 $[x]x^2 - x - 5[x] = 0$ 의 해는?

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{5}{2}$

해설

$2 \leq x < 3$ 이므로 $[x] = 2$ 이다.

$[x] = 2$ 를 대입하면 $2x^2 - x - 10 = 0$ 이고, 인수분해를 하면
 $(2x - 5)(x + 2) = 0$ 이다.

$\therefore x = \frac{5}{2}$ ($\because 2 \leq x < 3$)

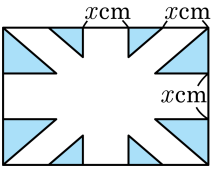
21. $x(x-3) = 0$ 을 $(ax+b)^2 = q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

- ① $\frac{27}{8}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $\frac{-25}{8}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2 - 3x &= 0 \\x^2 - 3x + \frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\ \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\a = 1, b = -\frac{3}{2}, q &= \frac{9}{4} \\\therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$

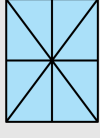
22. 가로, 세로 길이가 각각 9 cm, 6 cm 인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 일정한 폭으로 오려내어 조각의 합이 12 cm^2 가 되도록 하려고 한다. 오려낸 부분의 폭은?



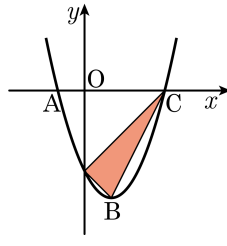
- ① 2 cm ② 3 cm
 ③ 4 cm ④ 2 cm 또는 7 cm
 ⑤ 3 cm 또는 6 cm

해설

조각들을 모아 보면 다음 그림처럼 가로가 $9 - 3x$, 세로가 $6 - x$ 인 직사각형이 됨을 알 수 있다. 넓이가 12 이므로 $(9 - 3x)(6 - x) = 12$
 정리하면 $x^2 - 9x + 14 = (x - 2)(x - 7) = 0$
 $x < 3$ 이므로 $x = 2$



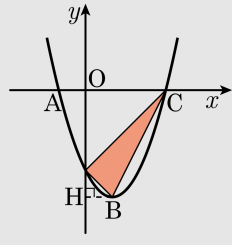
23. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 B, x 축과 만나는 한 점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



i) $A(0, -3)$

ii) $y = x^2 - 2x - 3$
 $= (x^2 - 2x + 1) - 1 - 3$
 $= (x - 1)^2 - 4$

$\therefore B(1, -4)$

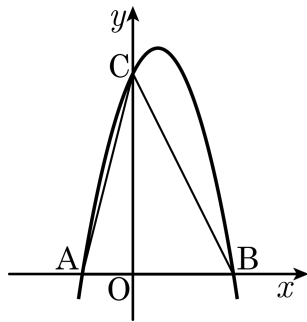
iii) $0 = x^2 - 2x - 3$
 $= (x - 3)(x + 1)$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$

양수인 x 절편이므로 $C(3, 0)$ 이다.

iv) $\triangle ABC$
 $= \square OHBC - \triangle OAC - \triangle AHB$
 $= \frac{1}{2} \times (3 + 1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1$
 $= 8 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 3$

24. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

해설

$y = -x^2 + 2x + 8$ 의 C 의 좌표 $(0, 8)$
 $-x^2 + 2x + 8 = 0$, $(x - 4)(x + 2) = 0$
 $x = 4$ 또는 $x = -2$
A $(-2, 0)$, B $(4, 0)$ 이므로
 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

25. 원 위의 움직이는 점 P와 점 Q가 동일한 위치에서 서로 반대방향으로 출발하여 이동하고 있다. 각 점들이 움직인 시간을 t 라 하면 점 P가 움직인 거리는 $2t$ 에 비례하고, 점 Q가 움직인 거리는 $\frac{1}{2}t^2$ 에 비례한다. 점 P가 점 Q보다 3초 일찍 출발하여 P가 출발한지 5초 후에 두 점이 만나게 되고, P가 출발한지 9초 후에 다시 한번 만나게 된다고 할 때, 점 P가 움직인 거리와 점 Q가 움직인 거리가 같아지는 시각은 점 P가 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라. (단, 원 둘레의 길이는 72이다.)

▶ 답: 초

▷ 정답 : $17 + 2\sqrt{70}$ 초

해설

점 P 와 점 Q 가 움직인 시간을 t 라 하면 점 P 가 움직인 거리는

$s = a \times 2t$, 점 Q 가 움직인 거리 $s' = b \times \frac{1}{2}t^2$ 이다. (a, b 는 상수)

점 P 가 이동하기 시작한지 5 초 후와 9 초 후에 각각 한 번씩 만나고 점 P 는 Q 보다 3 초 일찍 출발하므로

$$10a + 2b = 72$$

$$18a + 18b = 144$$

$$\therefore a = 7, b = 1$$

따라서 x 초 동안 P 가 움직인 거리는 $14x$, Q 가 움직인 거리는

따라서 $x \leq 1$ 이고, $\frac{1}{2}x^2$ 이다.

2
P가 3초 먼저 출

$$14. \quad \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$$

$$14x = \frac{1}{2}(x-3)^2$$

$$r^2 - 34r + 9 = 0$$