

1. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?

① $-\frac{7}{30}$

④ $\frac{5}{2 \times 3^2}$

② $\frac{6}{2^2 \times 3 \times 5}$

⑤ $\frac{4}{18}$

③ $\frac{7}{125}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때, 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\textcircled{2} \frac{6}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{2 \times 5}, \textcircled{3} \frac{7}{125} = \frac{7}{5^3}$$

이므로 유한소수이다.

2. 다음 순환소수 중 정수인 것을 모두 구하면?

① $2.\dot{9}$

② $4.\dot{6}$

③ $5.\dot{0}\dot{9}$

④ $1.\dot{9}$

⑤ $3.\dot{4}$

해설

$$\textcircled{1} 2.\dot{9} = \frac{29 - 2}{9} = \frac{27}{9} = 3 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{2} 4.\dot{6} = \frac{46 - 4}{9} = \frac{42}{9} = \frac{14}{3}$$

$$\textcircled{3} 5.\dot{0}\dot{9} = \frac{509 - 5}{99} = \frac{504}{99} = \frac{56}{11}$$

$$\textcircled{4} 1.\dot{9} = \frac{19 - 1}{9} = \frac{18}{9} = 2 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{5} 3.\dot{4} = \frac{34 - 3}{9} = \frac{31}{9}$$

3. 기약분수를 소수로 고치는 과정에서 A 는 분자를 잘못 보았더니 $0.\dot{3}4$ 로, B 는 분모를 잘못 보았더니 $0.5\dot{6}$ 이 되었다. 처음의 기약분수로 맞는 것은?

① $\frac{34}{90}$

② $\frac{51}{99}$

③ $\frac{17}{99}$

④ $\frac{16}{99}$

⑤ $\frac{17}{90}$

해설

$0.\dot{3}4 = \frac{34}{99}$ 에서는 분모를 맞게 본 것이므로 구하는 분수의 분모는 99 ,

$0.5\dot{6} = \frac{56 - 5}{90} = \frac{51}{90} = \frac{17}{30}$ 에서는 분자를 맞게 본 것이므로 구하는 분수의 분자는 17 이다.

따라서, 구하는 기약분수는 $\frac{17}{99}$

4. 다음 수를 크기가 작은 것부터 차례대로 나열할 때 네 번째에 해당하는 것은?

① $0.45\dot{3}$

② $0.4\dot{5}\dot{3}$

③ $0.45\dot{3}$

④ $0.\dot{4}5\dot{3}$

⑤ $0.453\dot{0}$

해설

① 0.453

② $0.45353\dots$

③ $0.4533\dots$

④ $0.453453\dots$

⑤ $0.4530530\dots$

이므로 ② > ④ > ③ > ⑤ > ① 이다.

5. 부등식 $\frac{1}{9} \leq 0.\dot{x} < \frac{3}{5}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 값을 a , 가장 작은 값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{1}{9} \leq \frac{x}{9} < \frac{3}{5}$$

$$\frac{5}{45} \leq \frac{5x}{45} < \frac{27}{45}$$

따라서 $5 \leq 5x < 27$

$1 \leq x < \frac{27}{5}$ 이므로 이 부등식을 만족하는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5
이다.

$$\therefore a - b = 5 - 1 = 4$$

6. x 에 관한 일차방정식 $x + 0.0\dot{7} = 0.\dot{4}$ 의 해를 구하면?

① $\frac{1}{99}$

② $\frac{1}{90}$

③ $\frac{11}{30}$

④ $\frac{2}{15}$

⑤ $\frac{5}{90}$

해설

$$x = 0.\dot{4} - 0.0\dot{7} = \frac{4}{9} - \frac{7}{90} = \frac{40 - 7}{90} = \frac{33}{90} = \frac{11}{30}$$

7. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 정수가 아닌 유리수는 유한소수이다.
- ② 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ③ 유한소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ④ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 무한소수는 유리수가 아니다.

해설

- ① 정수가 아닌 유리수에는 유한소수와 순환소수가 있다.
- ② 무한소수 중에서 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ③ 유한소수는 모두 유리수이다.
- ⑤ 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.

8. 다음 결과 중 옳은 것은?

① $a^2 \times a^4 = a^8$

② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^5b^4$

③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^8b^6$

④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^6b^7$

⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{11}b^3$

해설

① $a^2 \times a^4 = a^6$

② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^6b^4$

③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^{6+2}b^6 = a^8b^6$

④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^8b^{6+2} = a^8b^8$

⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{10+4}b^3 = a^{14}b^3$

9. 다음 식을 보고 $A + B + C - D$ 의 값을 구하여라. (단, A, B, C, D 는 양수)

$$\left(-\frac{x^A y^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12} y^{20}}{16z^8}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$\left(-\frac{x^A y^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12} y^{20}}{16z^8}$$

$$(z^2)^D = z^8 \quad \therefore D = 4$$

$$(x^A)^4 = x^{12} \quad \therefore A = 3$$

$$(y^B)^4 = y^{20} \quad \therefore B = 5$$

$$(-C)^4 = 16 \quad \therefore C = 2$$

$$\therefore A + B + C + D = 3 + 5 + 2 - 4 = 6$$

10. $a = 3^{x+1}$ 일 때, 81^x 을 a 에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?

- ① $\frac{a}{3}$ ② $\frac{a^2}{9}$ ③ $\frac{a^3}{27}$ ④ $\frac{a^4}{81}$ ⑤ $\frac{a^5}{243}$

해설

$$a = 3^{x+1}, a = 3 \cdot 3^x, 3^x = \frac{a}{3},$$

$$81^x = (3^4)^x = (3^x)^4 = \left(\frac{a}{3}\right)^4 = \frac{a^4}{81}$$

11. $2y - \{x - (3x + 4y - \square)\} = -3x + 7y$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 알맞은 식을 구하여라.

① $5x + y$

② $-5x + 2y$

③ $-5x - 2y$

④ $5x - y$

⑤ $5x - 2y$

해설

$$2y - \{x - (3x + 4y - \square)\} = -3x + 7y$$

$$2y - (-2x - 4y + \square) = -3x + 7y$$

$$2x + 6y - \square = -3x + 7y$$

$$\therefore \square = 5x - y$$

12. $\frac{x}{3}(6-3x) - \frac{x}{2}(6x-8) - 3x = Ax^2 + Bx$ 라 할 때, $2A + 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x - x^2 - (3x^2 - 4x) - 3x \\ &= -4x^2 + 3x = Ax^2 + Bx\end{aligned}$$

$$A = -4, B = 3$$

$$\therefore 2A + 3B = 2 \times (-4) + 3 \times 3 = 1$$

13. 다음 식을 간단히 하여라.

$$(12a^3b - 18a^3b^2) \div 6ab - 2a(6ab - 4a)$$

① $-15ab + 10a$

② $-15a^2b + 10a$

③ $-15ab + 10a^2$

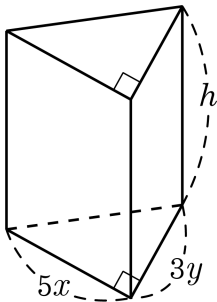
④ $-15ab^2 + 10a^2$

⑤ $-15a^2b + 10a^2$

해설

$$\begin{aligned} & (12a^3b - 18a^3b^2) \div 6ab - 2a(6ab - 4a) \\ &= 2a^2 - 3a^2b - 12a^2b + 8a^2 \\ &= -15a^2b + 10a^2 \end{aligned}$$

14. 다음 그림의 삼각기둥의 부피가 $30x^2y + 45xy^2$ 일 때, 이 삼각기둥의 높이 h 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4x + 6y$

해설

$$h = (30x^2y + 45xy^2) \times \frac{2}{15xy} = 4x + 6y$$

15. 다음 식의 값을 구하여라.

$$5x^2y \times (xy^3)^3 \div xy^4 \quad (\text{단, } x^2 = 2, y^2 = -1)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -20

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 5x^2y \times x^3y^9 \times \frac{1}{xy^4} \\&= 5x^4y^6 \\&= 5(x^2)^2(y^2)^3 \\&= 5 \times 2^2 \times (-1)^3 \\&= -20\end{aligned}$$

16. $\frac{1}{2 \times 5^2 \times x}$ 가 유한소수로 나타내어진다고 한다. 이때, x 가 될 수 있는 수는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, x 는 1 이상 30 이하인 자연수)

▶ 답: 개

▷ 정답: 9 개

해설

분모의 소인수가 2나 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.
따라서 x 에 들어갈 숫자는
 $1, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 5^1, 5^2, 2^1 \times 5^1, 2^2 \times 5^1$ 으로 총 9개이다.

17. $x = \frac{2}{3}$ 일 때, $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내면?

① $1.\dot{6}$

② $1.0\dot{6}$

③ $1.0\dot{6}$

④ $1.\dot{6}\dot{6}$

⑤ $1.\dot{6}0\dot{6}$

해설

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= x + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\ &= x + \frac{x}{x+1} \end{aligned}$$

$$x \text{의 값을 대입하면 } \frac{2}{3} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{16}{15}$$

따라서 $x = \frac{16}{15} = 1.06666\cdots$ 이므로 순환소수로 나타내면 $1.0\dot{6}$ 이다.

18. 분수 $\frac{6}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 1 이다.

19. 분수 $\frac{27}{333}$ 을 x 라 할 때, $x \times (10^3 - 1)$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$$\frac{27}{333} \times (10^3 - 1) = \frac{27}{333} \times 999 = 27 \times 3 = 81$$

20. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

21. 다음 두 식을 만족하는 단항식 A , B 에 대하여 A^2 은?

$$A \times B = 36a^3b^4, \frac{A}{B} = 4a$$

① $144ab$

② $144a^2b^2$

③ $144a^3b^3$

④ $144a^4b^4$

⑤ $144a^5b^5$

해설

$$\begin{aligned} A^2 &= (A \times B) \times \frac{A}{B} = 36a^3b^4 \times 4a \\ &= 36 \times 4 \times a^3 \times a \times b^4 = 144a^4b^4 \end{aligned}$$

22. 자연수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 를 만족하는 함수 f 가 있다. $f(2) = a, f(3) = b, f(5) = c$ 이고, $f(k) = 3a + 2b + c$ 일 때, 자연수 k 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24 개

해설

$f(k) = 3a + 2b + c$ 에서

$$f(k) = 3f(2) + 2f(3) + f(5) = f(2) + f(2) + f(2) + f(3) + f(3) + f(5)$$

$f(xy) = f(x) + f(y)$ 이므로

$$f(k) = f(2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5) = f(2^3 \times 3^2 \times 5)$$

$$\therefore k = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 k 의 약수의 개수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$ (개) 이다.

23. 4개의 수 a, b, c, d 에 대하여 기호 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 로 정의한다.

이때, $\begin{vmatrix} -2x+y+1 & x-2y-4 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{vmatrix}$ 은?

① $-\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y - 4$

② $-\frac{1}{4}x + y$

③ $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{4}x - 2y + 1$

⑤ $4x + y - \frac{3}{4}$

해설

$$\begin{aligned} & (-2x+y+1) \times \left(-\frac{1}{2}\right) - (x-2y-4) \times \left(\frac{1}{4}\right) \\ &= \left(x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y - 1\right) \\ &= x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y + 1 \\ &= \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

24. $A = (12a^5b^5 - 8a^5b^4) \div (2a^2b)^2$, $B = (4a^3b^4 - a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때,
 $A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면?

① $C = ab$

② $C = ab^2$

③ $C = -3ab^2$

④ $C = 3ab^2$

⑤ $C = -ab$

해설

주어진 식 A , B 를 정리하면

$$A = 3ab^3 - 2ab^2, B = 4ab^2 - 1 \text{ 이다.}$$

$$A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1 \text{ 에서}$$

$$A - B - 2C = 3ab^3 + 1 \text{ 이고,}$$

$$2C = A - B - 3ab^3 - 1$$

$$\begin{aligned} 2C &= 3ab^3 - 2ab^2 - (4ab^2 - 1) - 3ab^3 - 1 \\ &= -6ab^2 \end{aligned}$$

양변을 2로 나누면

$$C = -3ab^2 \text{ 이다.}$$

25. 자연수 a 에 대하여 $1^a + 2^a + 3^a$ 을 10 으로 나눈 나머지를 $f(a)$ 라 할 때, $f(10) + f(14)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

1^a 의 일의 자리의 숫자는 1, 1, 1, 1...

2^a 의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6, 2, 4...

3^a 의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1, 3, 9...

따라서, $1^a + 2^a + 3^a$ 의 일의 자리의 숫자는 6, 4, 6, 8... 이 반복된다.

즉, $f(n) = f(n+4)$ 이므로 $f(10) = f(14)$ 이고

$f(10)$ 의 일의 자리의 숫자는 $10 = 4 \times 2 + 2$ 이므로 4 이다.

$\therefore f(10) + f(14) = 4 + 4 = 8$