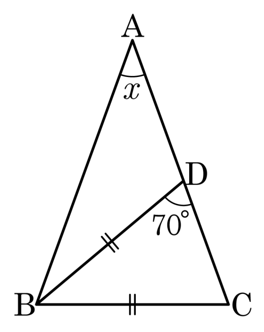
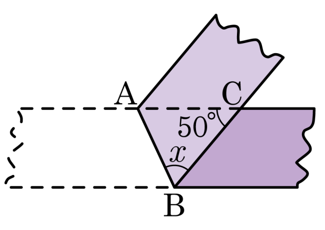
1. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형에서 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 가 되도록 점 D 를 변 AC 위에 잡았다. $\angle x$ 의 크기는?



① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

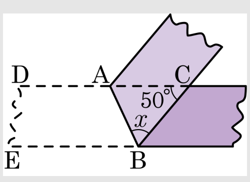
해설
$\triangle$BCD 가 이등변삼각형이므로 $\angle BCD = 70°$
또한 $\triangle$ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형
$\therefore \angle x = 180° - 2 \times 70° = 40°$

2. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ACB = 50°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설



종이 테이프를 접으면 $\angle ABE = \angle ABC = \angle x$이고

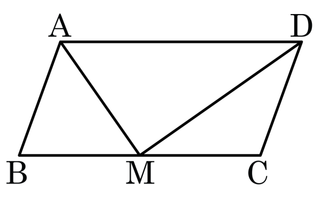
$\angle ABE = \angle BAC = \angle x$(엇각)

$\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로

$\therefore\ 2\angle x + 50° = 180°$

$\angle x = 65°$

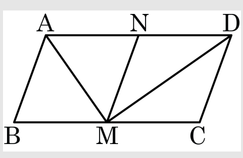
3. 다음과 같이 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 M 은 변 BC 의 중점일 때, $\angle BMA + \angle CMD$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 90 °

해설



위의 그림과 같이 변 AB, CD 와 평행하고 점 M 을 지나는 선분 MN 을 그으면

$\overline{AB} = \overline{BM} = \overline{CM} = \overline{DC}$ 이므로 $\triangle ABM$ 과 $\triangle CDM$ 은 이등변삼각형이다.

$\triangle ABM$ 과 $\triangle CDM$ 에서 $\angle B + \angle C = 180°$ 이고 두 삼각형의 내각의 총합은 $360°$ 이므로

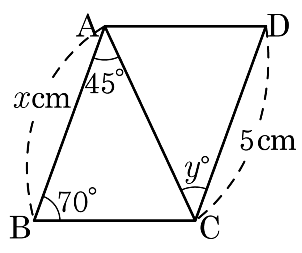
$\angle BAM + \angle BMA + \angle CMD + \angle CDM = 180°$

$\angle BAM = \angle BMA,\ \angle CMD = \angle CDM$ 이므로

$2(\angle BMA + \angle CMD) = 180°$

$\therefore\ \angle BMA + \angle CMD = 90°$

4. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?

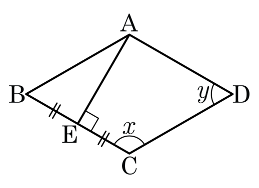


① $x=4,\ y=40$
② $x=4,\ y=45$
③ $x=5,\ y=40$
④ $x=5,\ y=45$
⑤ $x=10,\ y=45$

해설

$x=\overline{\mathrm{CD}}=5(\mathrm{cm})$ 이므로 $x=5$
$\overline{\mathrm{AB}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle\mathrm{BAC}=\angle\mathrm{DCA}$
$\therefore y=45$

5. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에 대하여 $\overline{\mathrm{AE}}$ 는 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 수직이등분선이고, $\angle \mathrm{C} = \angle x$, $\angle \mathrm{D} = \angle y$ 일 때, $\angle x - \angle y$ 의 값은?



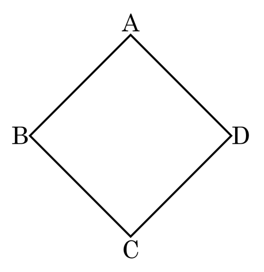
① 40° ② 50° ③ 60°

④ 70° ⑤ 80°

해설

$\angle x + \angle y = 180°$ 이고, $\angle \mathrm{ABC} = \angle y$ 이고, $\overline{\mathrm{AC}}$ 는 $\angle \mathrm{C}$ 의 이등분선이다. $\triangle \mathrm{AEB} \equiv \triangle \mathrm{AEC}$ 이므로 $\angle \mathrm{ABC} = \angle \mathrm{ACE} = \angle y$ 이므로 $x = 2y$ 이다. 따라서 $3y = 180°, \angle y = 60°$ 이고 $\angle x = 2 \times 60° = 120°, \angle x - \angle y = 120° - 60° = 60°$ 이다.

6. 다음 보기 중 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면?



① $\overline{AC} = \overline{AB}$

② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\angle A + \angle B = 180°$

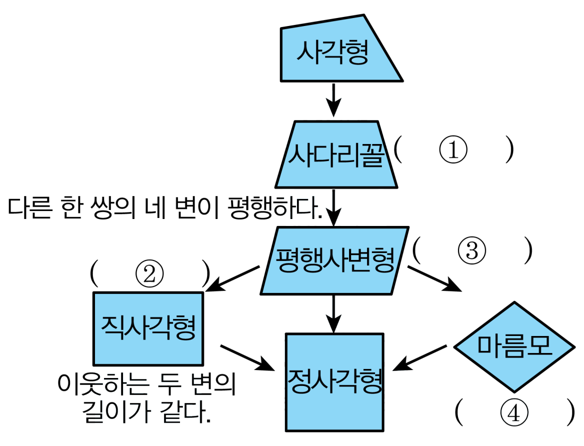
④ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, $\overline{BA} = 2\overline{AO}$ 이다.

⑤ $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다.

해설

마름모가 정사각형이 되기 위해서는 한 내각의 크기가 90° 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.
$\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.
$\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이면 $\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동) 이므로 $\angle A = \angle D = 90°$

7. 다음 괄호 안에 들어갈 알맞은 서술을 보기에서 골라 그 기호를 차례대로 써 넣어라.(단, 같은 기호가 중복해서 나올 수 있다.)



보기

㉠ 한 쌍의 대변이 평행하다.
㉡ 네 각이 같다.
㉢ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

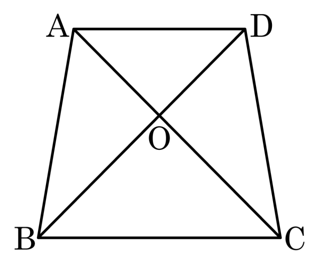
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉡

해설

여러 가지 사각형의 관계
1. 평행사변형은 다음의 각 경우에 직사각형이 된다.
(1) 한 내각의 크기가 90° 일 때
(2) 두 대각선의 길이가 같을 때
2. 평행사변형은 다음의 각 경우에 마름모가 된다.
(1) 이웃하는 두 변의 길이가 같을 때
(2) 두 대각선이 서로 수직으로 만날 때
(3) 대각선이 한 내각을 이등분 할 때

8. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 사다리꼴이다. $\triangle ABC = 80\text{cm}^2$, $\triangle DOC = 30\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle OBC$ 의 넓이는?

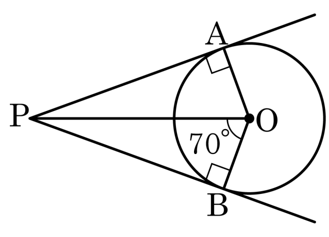


① 20cm^2　② 30cm^2　③ 40cm^2
④ 50cm^2　⑤ 60cm^2

해설

$\overline{AD}//\overline{BC}$ 이므로
$\triangle ABC = \triangle DCB = 80\text{cm}^2$
$\therefore \triangle OBC = \triangle DCB - \triangle DOC = 80 - 30 = 50(\text{cm}^2)$

9. 다음 그림에 대한 설명 중 옳은 것은?



① $\overline{AP} = \frac{1}{2}\overline{AO}$

② $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$

③ $\angle APB = 30°$

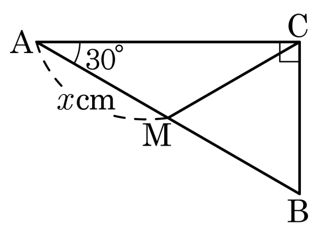
④ $\angle POA = 60°$

⑤ $\overline{PO} = \overline{AP}$

해설

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서 $\overline{OP}$ 는 공통이고, $\angle PAO = \angle PBO = 90°$, $\overline{OB} = \overline{AO}$ 는 반지름으로 같으므로 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ 는 RHS 합동이다.

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이다. $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\angle A = 30°$ 이고, $\triangle BMC$ 의 둘레의 길이가 18cm 일 때, x 의 값을 구하여라.



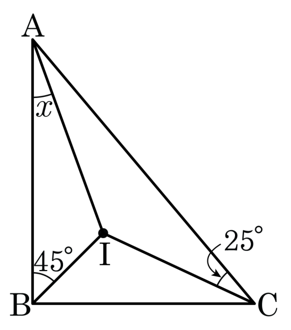
▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\angle A = 30°$ 이면 $\angle B = 60°$ 이다.
$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로, $\triangle BMC$ 는 정삼각형이다.
따라서 한 변의 길이는 6cm 이므로 $\overline{BM} = 6\text{cm}$
$\therefore x = 6(\text{cm})$

11. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x = (\quad\quad)°$ 이다. $(\quad\quad)$안에 알맞은 수를 구하여라.



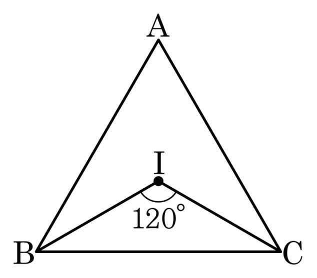
▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle x + 45° + 25° = 90°$
$\therefore\ \angle x = 20°$

12. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 120°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 60°

해설

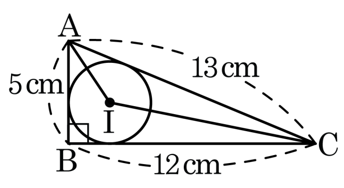
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC$

$120° = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC$

$\frac{1}{2}\angle BAC = 30°$

$\therefore\ \angle BAC = 60°$

13. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이 I 이고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\triangle AIC$ 의 넓이를 구하여라.



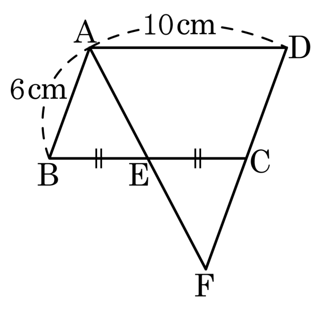
▶ 답： $\underline{\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답： 13 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AB}$ 와 내접원이 접하는 점을 D, $\overline{BC}$ 와 내접원이 접하는 점을 E, $\overline{AC}$ 와 내접원이 접하는 점을 F 라고 하자.
$\overline{DI} = \overline{BE}$, $x = \overline{BE}$ 라 하면 $\overline{AF} = 5 - x$, $\overline{CF} = 12 - x$
$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 5 - x + 12 - x = 13$
$\therefore\ x = 2\text{cm}$
반지름의 길이가 2cm 이므로 $\triangle AIC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 13 \times 2 = 13(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}} = 10\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AB}} = 6\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 길이를 구하면 ?

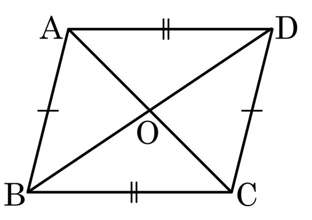


① 10cm ② 11cm ③ 12cm ④ 13cm ⑤ 14cm

해설

$\triangle\mathrm{EAB}$ 와 $\triangle\mathrm{EFC}$ 에서
$\angle\mathrm{BEA} = \angle\mathrm{CEF}$ ($\because$ 맞꼭지각)
$\angle\mathrm{EAB} = \angle\mathrm{EFC}$ ($\because$ 엇각)
$\overline{\mathrm{EB}} = \overline{\mathrm{EC}}$ ($\because$ 가정) 이므로
$\triangle\mathrm{EAB} \equiv \triangle\mathrm{EFC}$ (ASA 합동)
합동인 두 도형의 대응변의 길이는 같으므로
$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{FC}} = 6\mathrm{cm}$ 이고, $\square\mathrm{ABCD}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}} = 6\mathrm{cm}$ 이다.
$\therefore \overline{\mathrm{DF}} = \overline{\mathrm{DC}} + \overline{\mathrm{CF}} = 6 + 6 = 12(\mathrm{cm})$

15. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

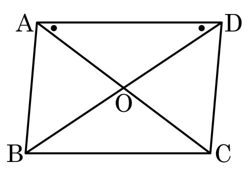


[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$
[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면
△ABC와 △CDA에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯ ㉠
$\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$ (가정) ⋯ ㉡
$\boxed{\text{ㄷ}}$는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
∠BAC = ∠DCA 이므로
$\boxed{\text{ㄱ}} \,//\, \overline{DC}$ ⋯ ㉣
∠ACB = $\boxed{\text{ㅁ}}$이므로
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ ⋯ ㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{AB}$ ② ㄴ : $\overline{BC}$ ③ ㄷ : $\overline{AC}$
④ ㄹ : SAS ⑤ ㅁ : ∠CAD

해설
△ABC ≡ △CDA (SSS 합동)

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 다음 조건을 추가할 때, 직사각형이 되지 <u>않는</u> 것은?

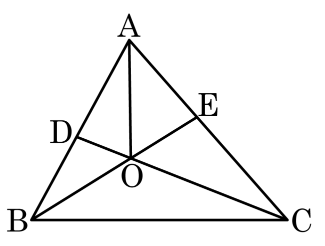


① $\angle A = \angle B$
② $\overline{AC} = \overline{BD}$
③ $\overline{AO} = \overline{DO}$
④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
⑤ $\angle DAO = \angle ADO$

해설

④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 는 평행사변형이 마름모가 되는 조건

17. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 4$, $\overline{BO} : \overline{OE} = 3 : 2$ 이다. $\triangle EOC$ 의 넓이가 8cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 20cm^2
② 24cm^2
③ 28cm^2
④ 32cm^2
⑤ 35cm^2

해설

$\triangle EOC$ 와 $\triangle COB$ 에서 높이는 같고 밑변은 $2 : 3$ 이므로

$\triangle EOC = \triangle CBE \times \dfrac{2}{2+3} = 8(\text{cm}^2)$

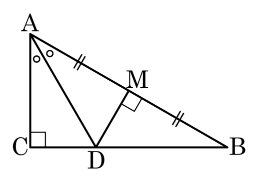
$\therefore \triangle CBE = 20(\text{cm}^2)$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle BCE$ 에서 높이는 같고 밑변은 $3 : 4$ 이므로

$\triangle CBE = \triangle ABC \times \dfrac{4}{3+4} = 20(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle ABC = 35\text{cm}^2$

18. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$인 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{AB}$의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D에서 만날 때, $\angle MAD$의 크기는?



① 10°　② 20°　③ 30°　④ 40°　⑤ 50°

해설

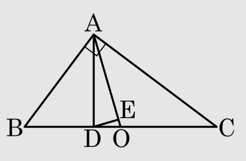
$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA합동),
$\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS합동)이므로
$\angle ADC = \angle ADM = \angle BDM$
한편 $\angle ADC + \angle ADM + \angle BDM = 180^\circ$이므로
$\angle ADC = \angle ADM = \angle BDM = 60^\circ$
따라서 $\angle MAD = 30^\circ$이다.

19. $\angle \mathrm{A} = 90°$, $\overline{\mathrm{AB}} = 3$, $\overline{\mathrm{AC}} = 4$, $\overline{\mathrm{BC}} = 5$ 인 삼각형 ABC 의 외심을 O, 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{\mathrm{CD}} = a$ 라 할 때, AOD 의 넓이를 a 를 사용하여 나타낸 것은?

① $3 + 2a$ ② $3 + a$ ③ $3 - \dfrac{a}{2}$

④ $\dfrac{2a}{5} - 3$ ⑤ $\dfrac{6a}{5} - 3$

해설



점 D 에서 $\overline{\mathrm{AO}}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면

점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}} = \dfrac{5}{2}$

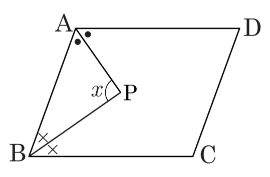
$\triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AC}} = \dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{BC}}\times\overline{\mathrm{AD}}$ 에서 $\dfrac{1}{2}\times4\times3 = \dfrac{1}{2}\times5\times\overline{\mathrm{AD}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AD}} = \dfrac{12}{5}$

이때, $\overline{\mathrm{CD}} = a$ 라 하면

$\triangle\mathrm{AOD} = \dfrac{1}{2}\times\left(a-\dfrac{5}{2}\right)\times\dfrac{12}{5} = \dfrac{6}{5}a - 3$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선이 만나는 점을 P 라 할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

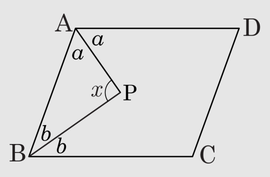


▶ 답 : $\underline{\quad}^{\circ}$

▷ 정답 : 90°

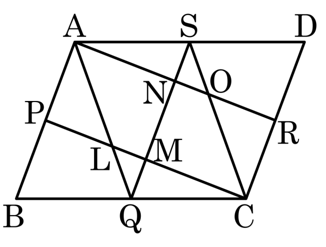
해설

$\angle DAP = \angle BAP = \angle a$ 라 하고
$\angle ABP = \angle CBP = \angle b$ 라 할 때,



평행사변형이므로 $2\angle a + 2\angle b = 180^{\circ}$
$\therefore \angle a + \angle b = 90^{\circ}$
$\triangle ABP$ 에서
$\angle a + \angle b + \angle x = 180^{\circ}$ 이므로
$\angle x = 180^{\circ} - (\angle a + \angle b)$
$\therefore \angle x = 180^{\circ} - 90^{\circ} = 90^{\circ}$

21. 평행사변형 ABCD 의 각 변에 중점 P, Q, R, S 를 잡아 다음 그림과 같이 연결하였다. 그림 속에 있는 도형 중 평행사변형의 개수를 모두 구하여라.



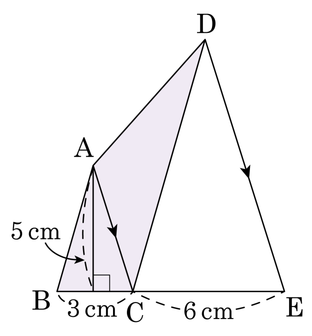
▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 8 개

해설

□ABCD, □ABQS, □SQCD, □APCR
□APMN, □NMCR, □AQCS, □ALCO

22. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD의 꼭짓점 D를 지나고 $\overline{AC}$와 평행한 직선이 BC의 연장선과 만나는 점을 E라 할 때, □ABCD의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $\dfrac{45}{2}\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

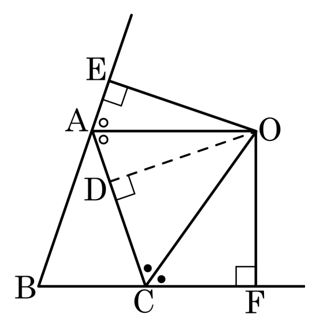
해설

$\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACD = \triangle ACE$

$$\begin{aligned}\square ABCD &= \triangle ABC + \triangle ACD \\ &= \triangle ABC + \triangle ACE \\ &= \triangle ABE\end{aligned}$$

$\therefore\ \square ABCD = \triangle ABE = \dfrac{1}{2} \times 9 \times 5 = \dfrac{45}{2}(\mathrm{cm}^2)$

23. 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$ 의 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, O 에서 $\overline{BA}, \overline{BC}$ 의 연장선 위 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라고 할 때, 다음 중 성립하지 <u>않는</u> 것은?



① $\angle DOC = \angle FOC$　　② $\angle AOD = \angle COD$

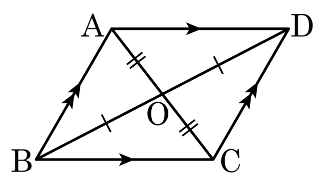
③ $\overline{AE} + \overline{CF} = \overline{AC}$　　④ $\triangle EOA \equiv \triangle DOA$

⑤ $\overline{OE} = \overline{OD} = \overline{OF}$

해설

$\triangle EOA \equiv \triangle DOA$(RHA 합동), $\triangle DOC \equiv \triangle FOC$(RHA 합동) 이므로 ①,③,④,⑤는 맞다.

24. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다' 를 증명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 틀린 것은?



[가정] $\overline{AB}//\overline{DC}, \overline{AD}//\overline{BC}$
[결론] $\overline{OA}=\overline{OC},\ \overline{OB}=\overline{OD}$
[증명]
$\triangle OAB$ 와 $\triangle OCD$ 에서 $\overline{AB}=$ (㉠$\overline{DC}$)
(평행사변형의 성질[1]에 의함) $\cdots$ ①
$\overline{AB}//\overline{DC}$ 이므로
$\angle OAB=$ (㉡ $\angle OCD$) (엇각) $\cdots$ ②
$\angle OBA=$ (㉢$\angle ODC$) (엇각) $\cdots$ ③
①, ②, ③ 에 의하여
$\triangle OAB\equiv\triangle OCD$ ((㉣ASA) 합동)
$\therefore\ \overline{OA}=\overline{OC},\ \overline{OB}=$ (㉤$\overline{OA}$)

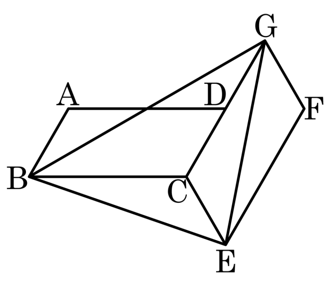
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

$\triangle OAB$ 와 $\triangle OCD$ 에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$
(평행사변형의 성질[1]에 의함) $\cdots$ ①
$\overline{AB}//\overline{DC}$ 이므로
$\angle OAB=\angle OCD$ (엇각) $\cdots$ ②
$\angle OBA=\angle ODC$ (엇각) $\cdots$ ③
①, ②, ③ 에 의하여
$\triangle OAB\equiv\triangle OCD$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{OA}=\overline{OC},\ \overline{OB}=\overline{OD}$

25. 다음 그림에서 사각형 ABCD, CEFG 는 넓이가 30 인 같은 평행사변형이고, $\overline{AD} = 2\overline{AB}$, $\overline{CG} = 2\overline{CE}$, $\angle B = 60°$ 일 때, 삼각형 BEG 의 넓이를 구하여라.

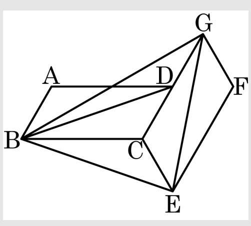


▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

사각형 ABCD, CEFG 는 넓이가 30 인 같은 평행사변형이고, $\overline{AD} = 2\overline{AB}$, $\overline{CG} = 2\overline{CE}$ 이므로 평행사변형 ABCD 와 CEFG 는 합동이다.
$\angle BCD = 180 - 60 = 120°$ 이고 평행사변형 ABCD 와 CEFG 는 합동이므로
$\angle GCE = \angle BCD = \angle BCE = 120°$
다음과 같이 꼭짓점 B, D 를 잇는 대각선을 그으면



$\triangle BCD$ 와 $\triangle BCE$ 에서 $\overline{CD} = \overline{CE}$, $\angle BCD = \angle BCE = 120°$, $\overline{BC}$ 는 공통이므로
$\triangle BCD \equiv \triangle BCE$ (SAS 합동)
이때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 30 이므로 $\triangle BCE = \triangle BCD = \frac{1}{2} \times 30 = 15$
$\therefore\ \triangle CEG = \frac{1}{2}\square CEGF = 15$
$\overline{CG} = 2\overline{CE} = 2\overline{CD}$ 이므로
$\triangle BCG = 2 \times \triangle BCD = 30$
따라서 $\triangle BEG = \triangle BCE + \triangle CEG + \triangle BCG = 15 + 15 + 30 = 60$ 이다.