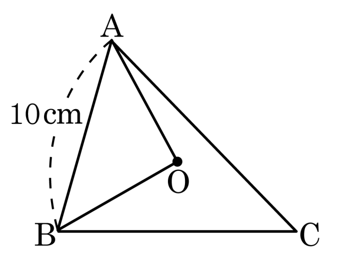
1. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\overline{AB} = 10\,\mathrm{cm}$이고, $\triangle AOB$의 둘레의 길이가 $24\,\mathrm{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는?

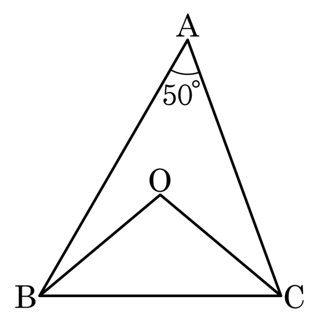


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$
따라서 $\triangle AOB$의 둘레의 길이는
$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 10 = 24$
$\therefore \mathrm{OA} = 7(\mathrm{cm})$

2. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle A = 50°$일 때, $\angle BOC$의 크기를 구하면?



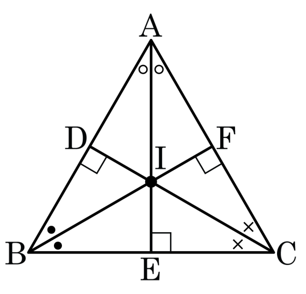
① $110°$ ② $100°$ ③ $105°$ ④ $95°$ ⑤ $115°$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC$이므로 $50° \times 2 = 100°$

$\therefore \angle BOC = 100°$

3. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



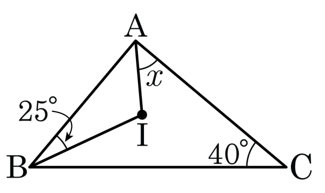
$\triangle$IBE와 $\triangle$IBD에서
$\angle IEB = \angle IDB = 90°$,
$\overline{IB}$는 공통변,
$\angle IBE = \angle IBD$이므로
$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{ID} = \boxed{} \cdots$ ①
같은 방법으로 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로
$\therefore \boxed{} = \overline{IF} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$\therefore\ \overline{ID} = \overline{IF}$
$\triangle$ADI와 $\triangle$AFI에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)
대응각 $\angle DAI = \angle FAI$이므로 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{IA}$ ② $\overline{IE}$ ③ $\overline{IC}$ ④ $\overline{IB}$ ⑤ $\overline{AF}$

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로
$\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고, $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)
이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$가 들어간다.

4. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle IBA = 25°$, $\angle BCA = 40°$이다. $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 45°

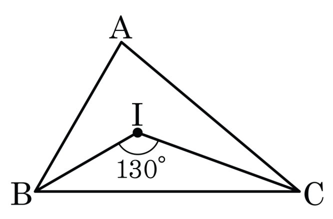
해설

$\angle B = 2 \times 25° = 50°$

$\angle A = 180° - (40° + 50°) = 90°$

$\therefore \angle x = \angle IAC = \frac{1}{2} \times 90° = 45°$

5. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle BIC = 130°$일 때, $\angle A$의 크기는?



① $80°$ ② $70°$ ③ $60°$ ④ $50°$ ⑤ $75°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle BIC = 130° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle A = 80°$

6. 넓이가 8 인 △ABC 의 둘레의 길이가 12 일 때, △ABC 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

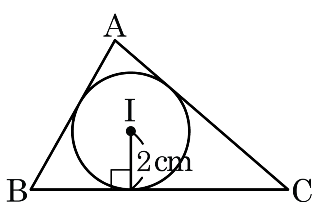
해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\frac{1}{2}\times r\times 12=8$ 이다.

따라서 $r=\frac{4}{3}$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고, 내접원의 반지름의 길이가 2cm 이다. $\triangle\mathrm{ABC} = 25\mathrm{cm}^2$ 일 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

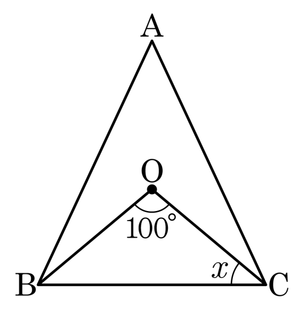
▷ 정답 : 25

해설

($\triangle$ABC의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 2 \times (\overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{BC}} + \overline{\mathrm{AC}}) = 25(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{BC}} + \overline{\mathrm{AC}} = 25(\mathrm{cm})$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

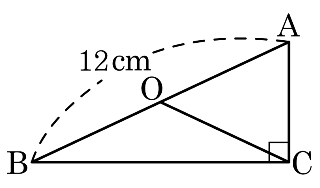


① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로
$\angle OBC = \angle OCB$
$\therefore 2x + 100 = 180,\ x = 40$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 점 O 는 △ABC 의 외심이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.

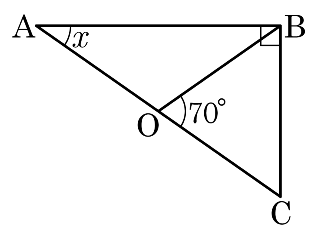


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있다.
$\therefore \overline{CO} = \overline{AO} = \overline{BO} = 6(\text{cm})$

10. 다음 그림의 직각삼각형에서 점 O 는 $\overline{AC}$ 의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 32° ② 35° ③ 38° ④ 42° ⑤ 45°

해설

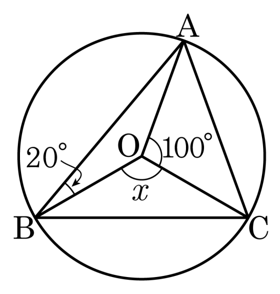
직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle AOB = 180° - \angle COB = 110°$

$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)

$\angle OAB = \angle OBA = 35°$

11. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심이고, $\angle ABO = 20°$, $\angle AOC = 100°$일 때, $\angle x$의 크기는?

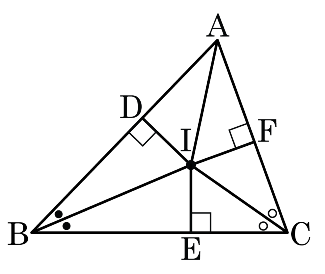


① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

$\triangle AOC$는 $\overline{OA} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAC = \angle OCA = 40°$
$\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAB = \angle OBA = 20°$
$\therefore\ \angle BAC = \angle BAO + \angle CAO = 60°$
점 O가 삼각형의 외심이므로
$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 60° = 120°$

12. 다음은 ‘삼각형 ABC 의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다’ 를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



$\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 I 라 하면
i) $\overline{BI}$는 $\angle B$ 의 이등분선이므로
$\triangle BDI \equiv \triangle BEI$ $\therefore$ $\overline{ID} = ($ ㉠ $)$
ii) $\overline{CI}$는 $\angle C$ 의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ $\therefore$ $\overline{IE} = ($ ㉡ $)$
iii) $\overline{ID} = ($ ㉠ $) = ($ ㉡ $)$
iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$ 이므로 $\triangle ADI \equiv ($ ㉢ $)$
$\therefore \angle DAI = ($ ㉣ $)$
따라서 $\overline{AI}$는 $\angle A$ 의 (㉤) 이다.
따라서 $\triangle ABC$ 의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$ ② ㉡ : $\overline{IF}$ ③ ㉢ : $\triangle BDI$
④ ㉣ : $\angle FAI$ ⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동) 이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,
$\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동) 이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$ 이므로 $\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

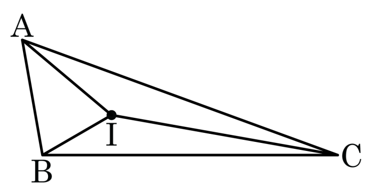
13. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.
② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
③ 창균 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

14. 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내심을 I 라 하고 $\angle\mathrm{AIB} : \angle\mathrm{BIC} : \angle\mathrm{AIC} = 5 : 6 : 7$ 일 때, $\angle\mathrm{ABC}$ 의 크기는?



① $20°$ ② $40°$ ③ $60°$ ④ $80°$ ⑤ $100°$

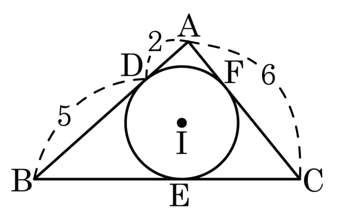
해설

$\angle\mathrm{AIC} = 360° \times \frac{7}{5+6+7} = 140°$

$\angle\mathrm{AIC} = 140° = 90° + \frac{1}{2}\angle\mathrm{ABC}$

$\therefore \angle\mathrm{ABC} = 100°$

15. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 내접원과 삼각형 ABC 의 접점일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 6 cm　　② 7 cm　　③ 8 cm

④ 9 cm　　⑤ 10 cm

해설

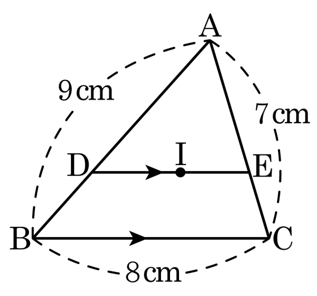
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}, \overline{BE} = \overline{BD} = 5\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{CF} = 4\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 4 = 9(\text{cm})$

16. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\text{cm}$ 이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이다. 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?



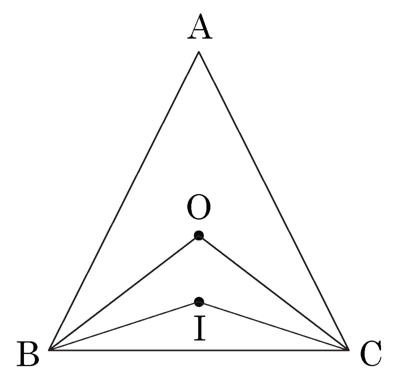
① 14cm ② 15cm ③ 16cm ④ 18cm ⑤ 21cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이 $= \overline{AB} + \overline{AC}$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이 $= \overline{AB} + \overline{AC} = 9 + 7 = 16(\text{cm})$ 이다.

17. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 144°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ______ °

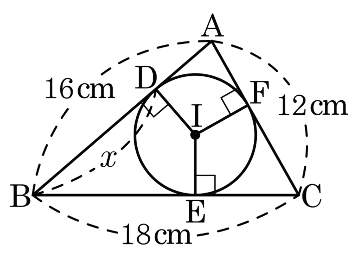
▷ 정답: 54 °

해설

$90° + \frac{1}{2}\angle BOC = 144°$ 이므로 $\angle BOC = 108°$ 이다.

따라서 $\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = 54°$ 이다.

18. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 이 때, $\overline{BD}$ 의 길이 x 를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 11 cm

해설

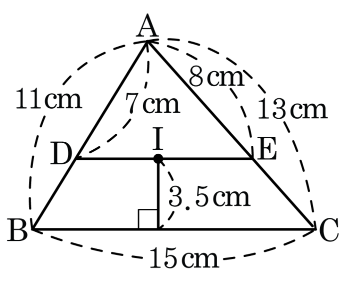
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{BD} = x = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{CE} = 18 - x = \overline{CF}$, $\overline{AD} = 16 - x = \overline{AF}$ 이다.

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 18 - x + 16 - x = 12$

$\therefore x = 11(\text{cm})$

19. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, □DBCE 의 넓이는 얼마인가?



① $38cm^2$　　② $40cm^2$　　③ $42cm^2$

④ $44cm^2$　　⑤ $46cm^2$

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,

(△ADE 의 둘레의 길이)$= \overline{AB} + \overline{AC}$

따라서 (△ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{AB}+\overline{AC} = 11+13 = 24(cm)$ 이다.

$\overline{AD} + \overline{AE} = 7 + 8 = 15(cm)$ 이므로 $\overline{DE} = 24 - 15 = 9(cm)$ 이다.

따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는

$(9 + 15) \times 3.5 \times \frac{1}{2} = 84 \times \frac{1}{2} = 42(cm^2)$ 이다.

20. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

① 정삼각형 ② 직각삼각형 ③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형 ⑤ 이등변삼각형

해설
정삼각형은 내심과 외심 그리고 무게 중심이 일치한다.