

1. 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $(x^a y^b z^c)^d = x^6 y^{12} z^{18}$ 이 성립하는 가장 큰 양의 정수 d 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 18

해설

$$(x^a y^b z^c)^d = x^{ad} y^{bd} z^{cd} = x^6 y^{12} z^{18}$$

$$ad = 6, bd = 12, cd = 18$$

d 는 6, 12, 18 의 최대공약수

$$\therefore d = 6$$

2. $16^{3x+2} = 4^{x-6}$ 을 만족하는 x 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$16^{3x+2} = (4^2)^{3x+2} = 4^{x-6} \text{ 이므로}$$

$$6x + 4 = x - 6$$

$$5x = -10$$

$$\therefore x = -2$$

3. $3^2 = a$ 일 때, 3^{12} 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① a^6 ② $2a^6$ ③ a^8 ④ $2a^8$ ⑤ $3a^8$

해설

$3^{12} = (3^2)^6$ 이므로 a^6 이다.

4. $2^2 = a$ 일 때, 8^4 을 a 에 관한 식으로 나타내면 a^x 이다. x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$8^4 = (2^3)^4 = 2^{12} = (2^2)^6 = a^6$$

$$\therefore x = 6$$

5. $3^x \times 27 = 81^3$ 을 만족하는 x 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

$$\text{(좌변)} = 3^x \times 27 = 3^x \times 3^3 = 3^{x+3}$$

$$\text{(우변)} = 81^3 = (3^4)^3 = 3^{12}$$

$$3^{x+3} = 3^{12} \text{ 에서 } x+3 = 12 \quad \therefore x = 9$$

6. $4^x \times 2^{3x} = 16 \times 2^x$ 에서 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$2^{2x} \times 2^{3x} = 2^{x+4} \text{ 이므로}$$

$$2x + 3x = x + 4$$

$$\therefore x = 1$$

7. 다음 중 가장 작은 수는?

- ① 2^{20} ② 3^{15} ③ 4^{10} ④ 5^5 ⑤ 6^5

해설

① $2^{20} = (2^4)^5$

② $3^{15} = (3^3)^5$

③ $4^{10} = 2^{20} = (2^4)^5$

따라서 가장 큰 작은 수는 ④이다.

8. $3^{x+1} \times 9^{x+1} = 81^{x-1}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$3^{x+1} \times 3^{2(x+1)} = 3^{4(x-1)}$$

$$x + 1 + 2(x + 1) = 4(x - 1)$$

$$\therefore x = 7$$

9. $9^x = 4$ 일 때, $\frac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{2}{9}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{1}{5}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ $\frac{9}{2}$

해설

$$9^x = (3^2)^x = 3^{2x} = 4$$

따라서 $3^x = 2$ 이고, $3^{4x} = (3^x)^4 = 2^4 = 16$ 이다.

$$\therefore \frac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x} = \frac{4}{16 + 2} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

10. $(-2a^2b^3)^4 \times \left(\frac{a}{2b^2}\right)^2 \div \{-(a^2b)^3\}$ 을 계산하면?

- ① $-4a^4b^5$ ② $-2a^6b^3$ ③ $4a^5b^4$
④ $-4a^6b^3$ ⑤ $2a^4b^5$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 16a^8b^{12} \times \frac{a^2}{4b^4} \div (-a^6b^3) \\ &= 16a^8b^{12} \times \frac{a^2}{4b^4} \times \left(-\frac{1}{a^6b^3}\right) \\ &= -4a^4b^5\end{aligned}$$

11. n 이 자연수일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$
- ㉡ $(-1)^n - (-1)^{n+1} = 1$ (단, n 은 짝수)
- ㉢ $(-1)^n \times (-1)^{n+1} = -1$
- ㉣ $(-1)^n \div (-1)^{n+1} = 1$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉠ 모든 자연수에 대하여 $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$ 이다.
 - ㉡ $1 - (-1) = 1 + 1 = 2$
 - ㉢ $(-1)^{n+n+1} = (-1)^{2n+1} = -1$
 - ㉣ n 이 홀수일 때, $(-1) \div 1 = -1$ 이고, n 이 짝수일 때, $1 \div (-1) = -1$ 이므로 -1 이다.
- 이므로 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

12. 다음 ㉠~㉣ 안에 알맞은 수를 넣어라.

$$\left(\frac{x^2 \boxed{\text{㉠}}}{\boxed{\text{㉡}} y^5} \right)^{\boxed{\text{㉢}}} = \frac{x^8 z^{12}}{16y^{20}}$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠: 3

▷ 정답: ㉡: 2

▷ 정답: ㉢: 4

해설

$$2 \times \boxed{\text{㉠}} = 8, \therefore \boxed{\text{㉠}} = 4$$

$$\boxed{\text{㉠}} \times 4 = 12, \therefore \boxed{\text{㉠}} = 3$$

$$\boxed{\text{㉠}}^4 = 16, \therefore \boxed{\text{㉠}} = 2$$

13. 정육면체의 부피가 $27a^6b^9$ 일 때, 한 모서리의 길이는?

- ① $3a^2b^3$ ② $9a^2b$ ③ $3a^3b^6$ ④ $6a^3b^3$ ⑤ $9a^3b^3$

해설

(정육면체의 부피) = (한 모서리의 길이) × (한 모서리의 길이) × (한 모서리의 길이) 이므로
 $27a^6b^9 = (3a^2b^3)^3$

14. $-3x^2y \div (2xy^a)^2 \times \left(\frac{xy}{3}\right)^b = -\frac{x^2}{12y}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$-3x^2y \times \frac{1}{4x^2y^{2a}} \times \frac{x^b y^b}{3^b} = -\frac{x^2}{12y}$$

$$\frac{x^b}{4 \times 3^{b-1} y^{2a-1-b}} = -\frac{x^2}{12y}$$

$$b = 2, 2a - 1 - b = 1 \quad \therefore a = 2$$

$$\therefore a + b = 4$$

15. $a=2, b=-1$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\left(\frac{b^4}{3a}\right)^2 \times \left(\frac{a}{2b}\right)^3 \div ab$$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{72}$

해설

$$\frac{b^8}{9a^2} \times \frac{a^3}{8b^3} \times \frac{1}{ab} = \frac{b^4}{72} = \frac{1}{72}$$

16. $\left(-\frac{3xy^2}{x}\right)^3 \times \frac{xz^2}{3y} \div \left(\frac{xy}{z}\right)^2$ 을 간단히 하면?

① $\frac{9z}{x}$

② $-\frac{9y^3z^4}{x}$

③ $\frac{3z^2}{y}$

④ $\frac{27xy}{z}$

⑤ $-\frac{3yz}{x^2}$

해설

$$(\text{준식}) = -\frac{27x^3y^6}{x^3} \times \frac{xz^2}{3y} \times \frac{z^2}{x^2y^2} = -\frac{9y^3z^4}{x}$$

17. $4^{4x+2} = 8^{2x+4}$ 일 때, x 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$(2^2)^{4x+2} = (2^3)^{2x+4}$$

$$2^{8x+4} = 2^{6x+12}$$

$$8x + 4 = 6x + 12$$

$$\therefore x = 4$$

18. $2^8 \times 3^2 \times 5^{11}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} 2^8 \times 3^2 \times 5^{11} &= 3^2 \times 5^3 \times (2 \times 5)^8 \\ &= 1125 \times 10^8 \end{aligned}$$

따라서 12 자리의 자연수이다.

20. $\frac{2^{10} \times 15^{20}}{45^{10}}$ 은 a 자리의 수이다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\frac{2^{10} \times 3^{20} \times 5^{20}}{3^{20} \times 5^{10}} = 2^{10} \times 5^{10} = 10^{10}$$

$$\therefore a = 11$$

21. $5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2$ 을 계산하면?

① $(5^2)^7$

② $(5^7)^2$

③ 5×7^2

④ $(5 \times 7)^2$

⑤ 7×5^2

해설

$5^2 = x$ 라 하면 $x \times 7 = 7x$ 이다.
 $7x$ 에 x 의 값 5^2 을 대입하면 7×5^2 이다.

22. $3^x \div 3^2 = 81$, $3^5 + 3^5 + 3^5 = 3^y$ 일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$3^x \div 3^2 = 3^{x-2} = 3^4$$

$$x - 2 = 4$$

$$\therefore x = 6$$

$$3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \cdot 3^5 = 3^6 = 3^y$$

$$\therefore y = 6$$

$$x = 6, y = 6, x - y = 0$$

23. $2^{x+4} = 4^{x-1}$ 이 성립할 때, x 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 2^{x+4} &= 2^{2(x-1)} \\ x+4 &= 2(x-1) \\ \therefore x &= 6 \end{aligned}$$

24. $\frac{4^3 + 4^3}{3^2 + 3^2 + 3^2} \times \frac{9^2 + 9^2 + 9^2}{2^6 + 2^6}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$4^3 + 4^3 = 2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

$$3^2 + 3^2 + 3^2 = 3 \times 3^2 = 3^3$$

$$9^2 + 9^2 + 9^2 = 3^4 + 3^4 + 3^4 = 3 \times 3^4 = 3^5$$

$$2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

$$\therefore \frac{2^7}{3^3} \times \frac{3^5}{2^7} = 9$$

25. $\frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6} = \left(\frac{n}{m}\right)^7$ 일 때, $m+n$ 의 값은? (단, $\frac{n}{m}$ 은 기약분수이다.)

- ① 6 ② 9 ③ 11 ④ 16 ⑤ 17

해설

$$\begin{aligned}
 3^6 + 3^6 + 3^6 &= 3^6 \times 3 = 3^7 \\
 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 &= 5^6 \times 5 = 5^7 \\
 4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6 &= 4^6 \times 4 = 4^7 \\
 2^6 + 2^6 &= 2^6 \times 2 = 2^7 \\
 \frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6} \\
 &= \frac{3^7}{5^7} \times \frac{4^7}{2^7} = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \times \left(\frac{4}{2}\right)^7 \\
 &= \left(\frac{3 \times 4}{5 \times 2}\right)^7 = \left(\frac{6}{5}\right)^7 \\
 \therefore \frac{n}{m} &= \frac{6}{5} \\
 \therefore m+n &= 5+6=11
 \end{aligned}$$

26. $(-2x^2y)^a \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^b = -2x^4y^7$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

우변 x^4y^7 항의 계수가 -2 이므로 $a > b$ 이고,
 a, b 중 하나만 홀수 y^7 이므로
 $a = 3, b = 2$
 $\therefore a + b = 5$

27. 다음 보기 중 결과가 나머지 것과 다른 것을 골라라.

보기

- ㉠ a^{2+2+2} ㉡ $a^2 \times a^3$ ㉢ $(a^2)^2 \times a^2$
㉣ $a^2 \times a^3 \times a$ ㉤ $(a^2)^3$

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

해설

- ㉠ $a^{2+2+2} = a^6$
㉡ $a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$
㉢ $(a^2)^2 \times a^2 = a^4 \times a^2 = a^6$
㉣ $a^2 \times a^3 \times a = a^{2+3+1} = a^6$
㉤ $(a^2)^3 = a^6$
따라서 결과가 다른 것은 ㉡이다.

28. $5^{x+3} = 5^x \times \square$ 에서 \square 의 값은?

① 25

② 5

③ 625

④ 125

⑤ 75

해설

$$5^{x+3} = 5^x \times 5^3$$

29. 다음 등식을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$$4^{x-1} \times 8^{x-1} = 16^{x+1}$$

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$4^{x-1} \times 8^{x-1} = 16^{x+1}$$

$$2^{2x-2} \times 2^{3x-3} = 2^{4x+4}$$

$$2x - 2 + 3x - 3 = 4x + 4$$

$$x = 9$$

30. 정육면체의 겉넓이가 $\frac{27}{2}a^2$ 일 때, 정육면체의 한 변의 길이는?

- ① $\frac{3}{2}a$ ② $\frac{9}{4}a$ ③ $\frac{3}{2}a^2$ ④ $\frac{9}{4}a^2$ ⑤ $4a$

해설

정육면체의 한 변의 길이를 x 라고 하면
(정육면체의 겉넓이) = $x^2 \times 6$ 이므로

$$\frac{27}{2}a^2 = x^2 \times 6$$

$$x^2 = \frac{9}{4}a^2$$

따라서 정육면체의 한 변의 길이 $x = \frac{3}{2}a$ 이다.

31. $(8x^3y^2)^2 \div (-4x^2y)^3 \times \square = 3y$ 일 때, \square 안에 들어갈 수를 써넣어라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$$\frac{64x^6y^4}{-64x^6y^3} \times \square = 3y$$

$$-y \times \square = 3y$$

$$\square = 3y \div (-y)$$

$$\therefore \square = -3$$

32. $a^{13}b^9 \div (a^x b^3)^2 = a^3 b^y$ 일 때, $x \times y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned} a^{13}b^9 \div a^{2x}b^6 &= a^3b^y \\ 13 - 2x &= 3 & \therefore x = 5 \\ 9 - 6 &= y & \therefore y = 3 \\ \therefore x \times y &= 15 \end{aligned}$$

33. $(-2a^2)^2 \times (-3a^5) \times \frac{3}{4}a^3$ 을 간단히 하면?

① $-9a^{14}$

② $-9a^{12}$

③ $-\frac{9}{2}a^9$

④ $\frac{9}{2}a^9$

⑤ $9a^{12}$

해설

$$\begin{aligned} & (-2a^2)^2 \times (-3a^5) \times \frac{3}{4}a^3 \\ & = 4a^4 \times (-3a^5) \times \frac{3}{4}a^3 = -9a^{12} \end{aligned}$$

34. $A = 3^2$ 일 때, 9^8 을 A 를 사용하여 나타내면?

- ① A^5 ② A^6 ③ A^7 ④ A^8 ⑤ A^9

해설

$9^8 = 3^{16} = (3^2)^8$ 이므로 A^8 이다.

35. $4x^4 \div x^2 \div 2x$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x$

해설

$$4x^4 \div x^2 \div 2x = 2x^{4-2-1} = 2x$$

36. $3^x \div 3^2 = 81, 3^5 + 3^5 + 3^5 = 3^y$ 일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$3^{x-2} = 3^4$$

$$\therefore x = 6$$

$$3 \times 3^5 = 3^6 = 3^y$$

$$\therefore y = 6$$

$$x = 6, y = 6$$

$$\therefore x - y = 0$$

37. $\frac{3^5 + 3^5 + 3^5}{4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3} \times \frac{2^5 + 2^5}{9^2 + 9^2 + 9^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{4}$

해설

$$3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \times 3^5 = 3^6$$

$$4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3 = 4 \times 4^3 = 4^4 = 2^8$$

$$2^5 + 2^5 = 2 \times 2^5 = 2^6$$

$$9^2 + 9^2 + 9^2 = 3 \times 3^4 = 3^5$$

$$\therefore \frac{3^6}{2^8} \times \frac{2^6}{3^5} = \frac{3}{4}$$