

1. 두 자연수 a, b 가 있다. a 를 b 로 나누었을 때의 몫이 9, 나머지가 8 이었다. a 를 3 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a = 9 \times b + 8 = 3 \times b \times 3 + 3 \times 2 + 2$ 이므로 나머지는 2 이다.

2. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7 \times 5$
- ㉡ $x \times x \times y \times x \times y = x^2 \times y^3$
- ㉢ $4 \times 4 = 2^4$
- ㉣ $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 + 3^3$
- ㉤ $\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \frac{3}{5^3}$

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉠ $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$
- ㉡ $x \times x \times y \times x \times y = x^3 \times y^2$
- ㉢ $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 \times 3^3$
- ㉤ $\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3$

3. 다음 중 소수를 모두 골라라.

1 13 15 24 29 32 33 52 71 98

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 13

▷ 정답: 29

▷ 정답: 71

해설

주어진 수 중에서 소수는 13, 29, 71 이다.

4. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 소수는 약수의 개수가 2 개이다.
- ② 소수는 모두 홀수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ⑤ 자연수에는 소수와 합성수가 있다.

해설

- ② 2 는 유일한 짝수인 소수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 2 이다. 1 은 소수가 아니다.
- ④ 1 은 약수의 개수가 1 개이다.
- ⑤ 자연수에는 소수와 합성수 그리고 1 이 있다.

5. 다음 수를 소인수분해한 것 중에 옳지 않은 것은?

① $36 = 2^2 \times 3^2$

② $60 = 3 \times 4 \times 5$

③ $98 = 2 \times 7^2$

④ $105 = 3 \times 5 \times 7$

⑤ $120 = 2^3 \times 3 \times 5$

해설

② $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

6. $2 \times 3^2 \times 5$ 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 소인수분해를 했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이므로 $2 \times 3^2 \times 5$ 에서 2 와 5 의 지수가 홀수이므로 $2 \times 5 \times x^2$ 을 곱해주어야 하고 그 중 가장 작은 수는 2×5 이므로 10 이다.

7. $\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5,$$

$\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2 \times 5, n = 2 \times 3^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 4 개이다.

8. $3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가지므로, a 는 3 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은 $a = 3, b = 1$ 일 때이다.

$\therefore a + b = 3 + 1 = 4$

9. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.
- ② 7 은 소수이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
- ⑤ 1 은 합성수이다.

해설

- ③ 2 는 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

10. 자연수 672의 약수의 개수와 $2^2 \times a^n \times 11^3$ 의 약수의 개수가 같을 때, n 의 값을 구하여라. (단, a 는 소수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} 672 &= 2^5 \times 3 \times 7 \\ (\text{약수의 개수}) &= 24(\text{개}) \\ (2+1) \times (n+1) \times (3+1) &= 24 \\ \therefore n &= 1 \end{aligned}$$

11. 다음 안에 들어갈 수를 차례대로 고른 것은?

(ㄱ) $2^2 \times 3, 2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수는 이다.
(ㄴ) $2 \times 5 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는 이다.

- ① $2 \times 3, 2^2 \times 5$ ② $2, 2 \times 3$
③ $2 \times 3 \times 5, 2 \times 5$ ④ $2, 2 \times 5$
⑤ $2 \times 3, 2 \times 7$

해설

(ㄱ)의 최대공약수는 2 이다.
(ㄴ)의 최대공약수는 2×5 이다.
따라서 차례대로 쓴 것은 2, 2×5 이다.

12. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 1$

13. 다음은 가람이와 다솜이의 대화이다. 안에 알맞은 말이나 수를 차례대로 써넣어라.

가람 : 드디어 구했어! 다솜아!
다솜 : 무엇을 구했는데?
가람 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 50이 답이야.
다솜 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
가람 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
다솜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
가람 : 그럼, 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같지!
다솜 : 맞아!
가람 : 공약수의 개수는 개야.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대공약수

▷ 정답 : 6

해설

가람 : 드디어 구했어! 다솜아!
다솜 : 무엇을 구했는데?
가람 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 50이 답이야.
다솜 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
가람 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
다솜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
가람 : 그럼, 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같지!
다솜 : 맞아!
가람 : 공약수의 개수는 개야.

50을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)이다.

14. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수가 10 일 때, A 와 B 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 10 을 소인수분해하면 $10 = 2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)이다.

따라서 두 자연수 A 와 B 의 공약수의 개수는 4개이다.

15. 다음 두 수의 최대 공약수와 최소공배수를 각각 구하여라.

$$\begin{array}{l} 2 \times 3 \times 3 \times 5 \\ 2 \times 5 \times 5 \times 7 \end{array}$$

- ① 최대공약수 : 2, 최소공배수 : 90
- ② 최대공약수 : 3, 최소공배수 : 1050
- ③ 최대공약수 : 5, 최소공배수 : 350
- ④ 최대공약수 : 6, 최소공배수 : 90
- ⑤ 최대공약수 : 10, 최소공배수 : 3150

해설

$$\text{최대공약수} : 2 \times 5 = 10$$

$$\text{최소공배수} : 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3150$$

16. 두 수 $2^a \times 3 \times 5$, $2 \times 5^b \times 7^c$ 의 최소공배수를 구하면 $2 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$ 이다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^a = 2 \text{ 이므로 } a = 1$$

$$5^b = 5^2 \text{ 이므로 } b = 2$$

$$7^c = 7^2 \text{ 이므로 } c = 2 \text{ 따라서 } a + b + c = 5$$

17. $2^2 \times 3 \times 5$, $2 \times 3^2 \times 5$ 의 공배수가 아닌 것은?

- ① $2^3 \times 3^2 \times 5$ ② $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ ③ $2^3 \times 3 \times 5$
④ $2^2 \times 3^2 \times 5$ ⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^2 \times 3 \times 5$, $2 \times 3^2 \times 5$ 의 공배수는 두 수의 최소공배수인 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

18. 세 자연수 $7 \times x$, $4 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 420 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$7 \times x$, $4 \times x = 2^2 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7 \times x = 420$ 따라서 $x = 3$ 이다.

19. 어느 꽃집에서 빨간 장미 24 송이, 백장미 60 송이, 노란 장미 52 송이를 똑같이 나누어 가능한 많은 꽃다발로 포장하려고 한다. 몇 개의 꽃다발로 포장할 수 있겠는가?

- ① 3 다발 ② 4 다발 ③ 8 다발
④ 12 다발 ⑤ 16 다발

해설

똑같이 나누어 포장하려면 꽃다발 수는 24, 60, 52의 공약수이어야 하고, 가능한 많은 꽃다발을 포장하려고 하므로 24, 60, 52의 최대공약수이어야 한다.

$$4 \overline{) \begin{array}{r} 24 \quad 60 \quad 52 \\ 6 \quad 15 \quad 13 \end{array}} \therefore 4 \text{다발}$$

20. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 10 분, 15 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 8 시 20 분에 이 세 방면으로 버스가 동시에 출발했다면 그 후에 세 버스가 동시에 출발하는 시간은?

- ① 오전 9 시
- ② 오전 10 시 40 분
- ③ 오후 1 시 10 분
- ④ 오후 2 시
- ⑤ 오후 2 시 20 분

해설

버스가 동시에 출발하는 간격은 10, 12, 15 의 최소공배수 60 (분)이다.
즉, 1 시간 간격이므로 매시 20 분에 동시에 출발하므로 오후 2 시 20분이다.

21. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 12cm, 높이가 24cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

- ① 36cm ② 48cm ③ 72cm
④ 96cm ⑤ 144cm

해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24의 최소공배수이므로 48cm 이다.

22. 12로 나누어도 1이 남고, 16로 나누어도 1이 남는 자연수 중 100보다 작은 자연수는?

- ① 48,96 ② 48,97 ③ 49,97 ④ 50,96 ⑤ 50,97

해설

구하는 수는 12, 16의 공배수보다 1만큼 큰 수 중 100보다 작은 수이다. 이때, 12, 16의 최소공배수는 48이므로 12, 16의 공배수는 48, 96, ... 이다.
따라서 구하는 수는 49, 97이다.

23. 최대공약수가 6 인 두 자연수 A, B 에 대하여 $A \times B = 540$ 이 성립한다. 이때, 두 수 A, B 의 최소공배수는?

- ① 50 ② 60 ③ 70 ④ 80 ⑤ 90

해설

$(A \times B) = (\text{최대공약수}) \times (\text{최소공배수})$ 이므로
 $540 = 6 \times (\text{최소공배수})$
따라서 두 수의 곱은 90 이다.

25. $\frac{16}{n}$ 과 $\frac{20}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{16}{n}, \frac{20}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 16 과 20 의 공약수이다.
16 과 20 의 최대공약수는 4 이므로 $n = 1, 2, 4$ 이다.