1. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$일 때, $2A + B$를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$
\begin{aligned}
2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\
&= (2a + 4b) + (2a + 3b) && \text{㉠ 분배법칙} \\
&= 2a + (4b + 2a) + 3b && \text{㉡ 결합법칙} \\
&= 2a + (2a + 4b) + 3b && \text{㉢ 교환법칙} \\
&= (2a + 2a) + (4b + 3b) && \text{㉣ 교환법칙} \\
&= (2 + 2)a + (4 + 3)b && \text{㉤ 분배법칙} \\
&= 4a + 7b
\end{aligned}
$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

2. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$을 $x + \frac{1}{2}$로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식 $f(x)$를 $2x + 1$로 나눈 몫 $Q(x)$와 나머지 R을 구하면?

① $Q(x) = 2x^2 - x,\ R = 1$
② $Q(x) = 2x^2 + x,\ R = 1$
③ $Q(x) = 2x^2 - 2x,\ R = 1$
④ $Q(x) = 4x^2 - 2x,\ R = \frac{1}{2}$
⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x,\ R = \frac{1}{2}$

해설

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4}$ ∴ $a = 4$

따라서 $f(x) = 4x^3 + 4x^2 + x + 1$
$= x(4x^2 + 4x + 1) + 1$
$= x(2x + 1)^2 + 1$

$2x + 1$로 나누면 $Q(x) = 2x^2 + x,\ R = 1$

3. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겉넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5 ② $\sqrt{29}$ ③ $\sqrt{33}$ ④ 6 ⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c라 하면

$2(ab+bc+ca)=52$

$4(a+b+c)=36 \rightarrow a+b+c=9$

(직육면체 대각선의 길이)

$=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$=\sqrt{(a+b+c+)^2-2(ab+bc+ca)}$

$=\sqrt{81-52}=\sqrt{29}$

4. 다항식 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$를 인수분해 한 식은?

① $(2x - y - 2)(x + y - 1)$
② $(2x + y + 2)(x - y + 1)$
③ $(2x - y - 2)(x - y - 1)$
④ $(2x + y - 2)(x + y - 1)$
⑤ $(2x + y - 2)(x - y - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= 2x^2 - (y+4)x - (y^2 - y - 2) \\ &= 2x^2 - (y+4)x - (y+1)(y-2) \\ &= \{2x + (y-2)\}\{x - (y+1)\} \\ &= (2x + y - 2)(x - y - 1)\end{aligned}$$

5. 자연수 a, b의 최대공약수를 (a, b)로 나타낼 때, 다음과 같은 성질이 알려져 있다.

a를 b로 나누었을 때 몫을 q, 나머지를 r라고 하면 $a = bq + r$ $(0 \leq r < b)$이고, 이 때, $(a,\ b) = (b,\ r)$가 성립한다.

다음은 위의 성질을 이용하여 1996 과 240 의 최대공약수를 구하는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 것은?

$(1996, 240) = (240,$ (가)$) = ($(가)$, 12) = (12,$ (나)$) =$ (나)

① (가)$= 74$, (나)$= 2$

② (가)$= 72$, (나)$= 6$

③ (가)$= 78$, (나)$= 2$

④ (가)$= 76$, (나)$= 6$

⑤ (가)$= 76$, (나)$= 4$

해설

$1996 = 240 \cdot 8 + 76,\ 240 = 76 \cdot 3 + 12$

$76 = 12 \cdot 6 + 4$ 이므로

$(1996,\ 240) = (240,\ 76) = (76,\ 12) = (12,\ 4) = 4$

6. $x+y+z=4$, $xy+yz+zx=1$, $xyz=2$일 때, $(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$의 값을 구하면?

① 16　② 8　③ 4　④ 2　⑤ 1

해설

$(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$을

$xy+yz+zx=1$을 이용하여 변형하면

$(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$

$=(1-zx)(1-xy)(1-yz)$

$=1-(xy+yz+zx)+(x^2yz+xy^2z+xyz^2)-(xyz)^2$

$=1-(xy+yz+zx)+xyz(x+y+z)-(xyz)^2$

$=1-1+2\cdot 4-4$

$=4$

※ 위에서 아래의 전개식을 이용하였다.

$(x-a)(x-b)(x-c)$

$=x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x-abc$

7. $\dfrac{2005^3+1}{2005\times2004+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2006

해설

$2005 = x$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{x^3+1^3}{x(x-1)+1}\\ &= \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2-x+1}\\ &= x+1\\ &= 2006\end{aligned}$$

8. 두 실수 x, y에 대하여 $x^2+y^2=7$, $x+y=3$ 일 때, x^5+y^5의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 123

해설

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에서 $3^2=7+2xy,\ xy=1$

$(x+y)^3=x^3+y^3+3xy(x+y)$에서 $x^3+y^3=18$

$$\begin{aligned} x^5+y^5 &= (x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y) \\ &= 7\times 18-1^2\times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

9. 두 다항식 $A = x^3 + ax^2 - 4x + 2$ 와 $B = x^3 + bx^2 - 2$ 의 최대공약수가 이차식일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 상수)

① -3 ② -1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 7

해설

$A = Gf(x), B = Gg(x)$ 라 하면
$A + B = G(f(x) + g(x), A - B = G(f(x) - g(x))$ 이므로
공통인수는 G 를 포함한다.

$$\begin{cases} A + B = 2x^3 + (a+b)x^2 - 4x \\ \qquad\quad = x\{2x^2 + (a+b)x - 4\} \\ A - B = (a-b)x^2 - 4x + 4 \end{cases}$$

$A + B$ 에서 x 는 $A - B$ 의 인수가 아니므로 G 가 될 수 없다.
그러므로 $G = 2x^2 + (a+b)x - 4$
$\therefore\ A - B = -G = -2x^2 - (a+b)x + 4$
계수비교하면 $a - b = -2,\ a + b = 4$

10. $(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3$ 을 인수분해 할 때, 다음 중 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $a+b$ ② $b+c$

③ $a+c$ ④ $a^2+ab+bc+ca$

⑤ $a^2+2ab+b^2$

해설

(준 식) $=\{(a+b+c)^3-a^3\}-(b^3+c^3)$

$=(a+b+c-a)\{(a+b+c)^2+(a+b+c)a+a^2\}$

$-(b+c)(b^2-bc+c^2)$

$=(b+c)(3a^2+3ab+3bc+3ca)$

$=3(b+c)(a^2+ab+bc+ca)$

$=3(b+c)\{a(a+b)+c(a+b)\}$

$=3(a+b)(b+c)(c+a)$