

1. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

㉣ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

2. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$ 을 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식 $f(x)$ 를 $2x + 1$ 로 나눈 몫 $Q(x)$ 와 나머지 R 을 구하면?

① $Q(x) = 2x^2 - x, R = 1$

② $Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$

③ $Q(x) = 2x^2 - 2x, R = 1$

④ $Q(x) = 4x^2 - 2x, R = \frac{1}{2}$

⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x, R = \frac{1}{2}$

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$$

$$\begin{aligned}\text{따라서 } f(x) &= 4x^3 + 4x^2 + x + 1 \\ &= x(4x^2 + 4x + 1) + 1 \\ &= x(2x + 1)^2 + 1\end{aligned}$$

$$2x + 1 \text{로 나누면 } Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$$

3. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겉넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5

② $\sqrt{29}$

③ $\sqrt{33}$

④ 6

⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$$2(ab + bc + ca) = 52$$

$$4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9$$

(직육면체 대각선의 길이)

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)}$$

$$= \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29}$$

4. 다항식 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$ 를 인수분해 한 식은?

① $(2x - y - 2)(x + y - 1)$

② $(2x + y + 2)(x - y + 1)$

③ $(2x - y - 2)(x - y - 1)$

④ $(2x + y - 2)(x + y - 1)$

⑤ $(2x + y - 2)(x - y - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= 2x^2 - (y + 4)x - (y^2 - y - 2) \\&= 2x^2 - (y + 4)x - (y + 1)(y - 2) \\&= \{2x + (y - 2)\}\{x - (y + 1)\} \\&= (2x + y - 2)(x - y - 1)\end{aligned}$$

5. 자연수 a, b 의 최대공약수를 (a, b) 로 나타낼 때, 다음과 같은 성질이 알려져 있다.

a 를 b 로 나누었을 때 몫을 q , 나머지를 r 라고 하면 $a = bq + r$ ($0 \leq r < b$)이고,
이 때, $(a, b) = (b, r)$ 가 성립한다.

다음은 위의 성질을 이용하여 1996 과 240 의 최대공약수를 구하는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 것은?

$$(1996, 240) = (240, (\text{가})) = ((\text{가}), 12) = (12, (\text{나})) = (\text{나})$$

① (가)= 74, (나)= 2

② (가)= 72, (나)= 6

③ (가)= 78, (나)= 2

④ (가)= 76, (나)= 6

⑤ (가)= 76, (나)= 4

해설

$$1996 = 240 \cdot 8 + 76, \quad 240 = 76 \cdot 3 + 12$$

$$76 = 12 \cdot 6 + 4 \quad \text{이므로}$$

$$(1996, 240) = (240, 76) = (76, 12) = (12, 4) = 4$$

6. $x+y+z = 4$, $xy+yz+zx = 1$, $xyz = 2$ 일 때, $(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$ 의 값을 구하면?

① 16

② 8

③ 4

④ 2

⑤ 1

해설

$(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$ 을

$xy+yz+zx = 1$ 을 이용하여 변형하면

$$(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$$

$$= (1-zx)(1-xy)(1-yz)$$

$$= 1 - (xy+yz+zx) + (x^2yz + xy^2z + xyz^2) - (xyz)^2$$

$$= 1 - (xy+yz+zx) + xyz(x+y+z) - (xyz)^2$$

$$= 1 - 1 + 2 \cdot 4 - 4$$

$$= 4$$

※ 위에서 아래의 전개식을 이용하였다.

$$(x-a)(x-b)(x-c)$$

$$= x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$$

7. $\frac{2005^3 + 1}{2005 \times 2004 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2006

해설

2005 = x 로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{x^3 + 1^3}{x(x-1) + 1} \\&= \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\&= x + 1 \\&= 2006\end{aligned}$$

8. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 7$, $x + y = 3$ 일 때, $x^5 + y^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 123

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \text{에서 } 3^2 = 7 + 2xy, xy = 1$$

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y) \text{에서 } x^3 + y^3 = 18$$

$$\begin{aligned} x^5 + y^5 &= (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y) \\ &= 7 \times 18 - 1^2 \times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

9. 두 다항식 $A = x^3 + ax^2 - 4x + 2$ 와 $B = x^3 + bx^2 - 2$ 의 최대공약수가 이차식일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 상수)

① -3

② -1

③ 2

④ 4

⑤ 7

해설

$A = Gf(x), B = Gg(x)$ 라 하면

$A + B = G(f(x) + g(x)), A - B = G(f(x) - g(x))$ 이므로
공통인수는 G 를 포함한다.

$$\begin{cases} A + B = 2x^3 + (a + b)x^2 - 4x \\ \quad = x\{2x^2 + (a + b)x - 4\} \\ A - B = (a - b)x^2 - 4x + 4 \end{cases}$$

$A + B$ 에서 x 는 $A - B$ 의 인수가 아니므로 G 가 될 수 없다.

그러므로 $G = 2x^2 + (a + b)x - 4$

$\therefore A - B = -G = -2x^2 - (a + b)x + 4$

계수비교하면 $a - b = -2, a + b = 4$

10. $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$ 을 인수분해 할 때, 다음 중 인수가 아닌 것은?

① $a + b$

② $b + c$

③ $a + c$

④ $a^2 + ab + bc + ca$

⑤ $a^2 + 2ab + b^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \{(a + b + c)^3 - a^3\} - (b^3 + c^3) \\&= (a + b + c - a)\{(a + b + c)^2 + (a + b + c)a + a^2\} \\&\quad - (b + c)(b^2 - bc + c^2) \\&= (b + c)(3a^2 + 3ab + 3bc + 3ca) \\&= 3(b + c)(a^2 + ab + bc + ca) \\&= 3(b + c)\{a(a + b) + c(a + b)\} \\&= 3(a + b)(b + c)(c + a)\end{aligned}$$