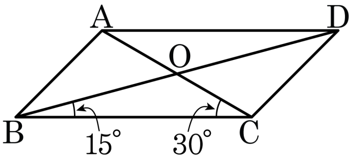
1. 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle CBD = 15^\circ$ 라고 할 때, $\angle AOB$ 의 크기는?



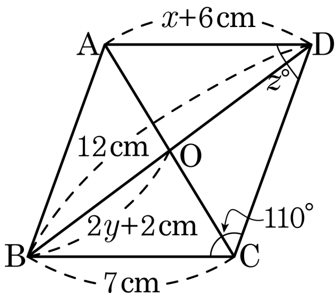
① 25° ② 30° ③ 35° ④ 40° ⑤ 45°

해설

$\overline{AB}//\overline{CD}$ 이므로 $\angle ADO = \angle DBC = 15^\circ$, $\angle DAO = \angle OCB = 30^\circ$

$\angle AOB = \angle DAO + \angle ADO = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ$ 이다.

2. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = 7\text{cm}$, $\overline{BD} = 12\text{cm}$, $\angle BCD = 110°$ 일 때, $z - x - y$ 의 값을 구하여라.(단, 단위생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

$\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $x + 6 = 7$

$\therefore x = 1(\text{cm})$

평행사변형의 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

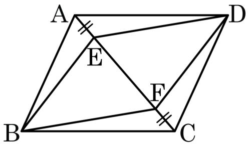
$\overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{BD}$, 즉 $2y + 2 = 6$

$\therefore y = 2(\text{cm})$

$\angle C + \angle D = 180°$, 즉 $110° + z = 180°$ 이므로 $z = 70°$

$\therefore z - x - y = 67$

3. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{\mathrm{AC}}$ 위에 $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CF}}$ 가 되도록 두 점 E , F 를 잡을 때, $\overline{\mathrm{BE}}$ 와 같은 길이를 가지는 변은?



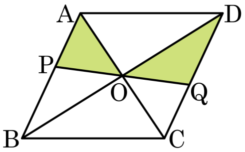
① $\overline{\mathrm{AB}}$ ② $\overline{\mathrm{BF}}$ ③ $\overline{\mathrm{FD}}$ ④ $\overline{\mathrm{FC}}$ ⑤ $\overline{\mathrm{AD}}$

해설

$\triangle$ABE , $\triangle$CDF 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$, $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{FC}}$, $\angle\mathrm{BAE} = \angle\mathrm{FCD}$ 이므로 SAS 합동이다.

따라서 $\overline{\mathrm{EB}} = \overline{\mathrm{FD}}$ 이다.

4. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 P, Q 라고 한다. 색칠한 부분의 넓이가 20cm^2 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $80\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

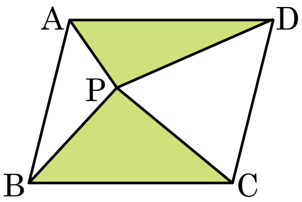
$\triangle\text{APO} \equiv \triangle\text{CQO}$ (ASA 합동)

$\triangle\text{OCD} = \triangle\text{ODQ} + \triangle\text{OAP} = 20\ (\text{cm}^2)$

$\triangle\text{OCD} = \dfrac{1}{4}\square\text{ABCD}$ 이므로

$(\square\text{ABCD의 넓이}) = 20 \times 4 = 80\ (\text{cm}^2)$

5. 다음 그림와 같은 평행사변형 ABCD 에서 □ABCD $= 20\mathrm{cm}^2$ 일 때, 어두운 부분의 넓이의 합은?



① $3\mathrm{cm}^2$ ② $4\mathrm{cm}^2$ ③ $6\mathrm{cm}^2$

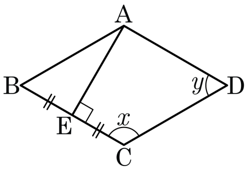
④ $8\mathrm{cm}^2$ ⑤ $10\mathrm{cm}^2$

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC}$ 이므로

$\triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\mathrm{cm}^2)$

6. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에 대하여 $\overline{AE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이고, $\angle C = \angle x$, $\angle D = \angle y$ 일 때, $\angle x - \angle y$ 의 값은?



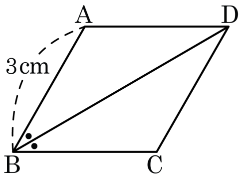
① 40° ② 50° ③ 60°

④ 70° ⑤ 80°

해설

$\angle x + \angle y = 180°$ 이고, $\angle ABC = \angle y$ 이고, $\overline{AC}$ 는 $\angle C$ 의 이등분선이다. $\triangle AEB \equiv \triangle AEC$ 이므로 $\angle ABC = \angle ACE = \angle y$ 이므로 $x = 2y$ 이다. 따라서 $3y = 180°, \angle y = 60°$ 이고 $\angle x = 2 \times 60° = 120°, \angle x - \angle y = 120° - 60° = 60°$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 를 그었더니 $\angle ABD = \angle DBC$ 가 되었다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 3 cm

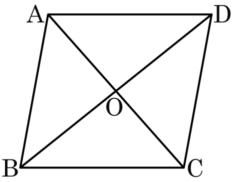
해설

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle DBC = \angle BDA$ ($\because$ 엇각) 이므로

$\angle ABD = \angle ADB$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형

$\therefore \overline{AB} = \overline{AD} = 3\text{cm}$

8. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

② $\overline{AO} = \overline{BO}$, $\angle ADO = \angle DAO$

③ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

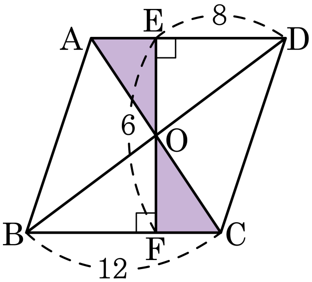
④ $\overline{OA} = \overline{OD}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

⑤ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

해설

평행사변형이 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선이 서로 수직이등분하고 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.
또한 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같으면 정사각형이다.

9. 다음 평행사변형 ABCD에서 높이가 6이고 $\overline{ED}=8$, $\overline{BC}=12$일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\triangle OAE \equiv \triangle OCF$이고 높이가 6이므로 색칠한 부분의 높이는 3이다.

또한, $\overline{AE}=\overline{FC}=4$이므로 $\triangle OAE$의 넓이는 $\frac{1}{2}\times4\times3=6$이고, 색칠한 부분의 넓이는 $6+6=12$이다.

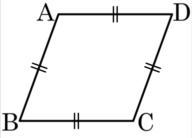
10. 평행사변형 ABCD 에 다음 조건을 추가할 때, 직사각형이 되지 <u>않는</u> 것은?

① $\angle A = \angle B$　　② $\overline{AC} = \overline{BD}$　　③ $\angle A = 90°$

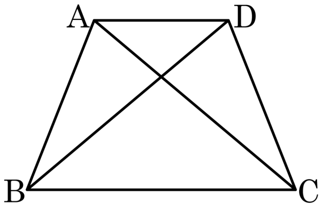
④ $\overline{AB} \perp \overline{BC}$　　⑤ $\overline{AB} = \overline{BC}$

해설

평행사변형 ABCD 에 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 를 추가할 때, 마름모가 된다.



11. 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AC} = 12 - 2x$, $\overline{BD} = 8$일 때, x의 값을 구하여라.



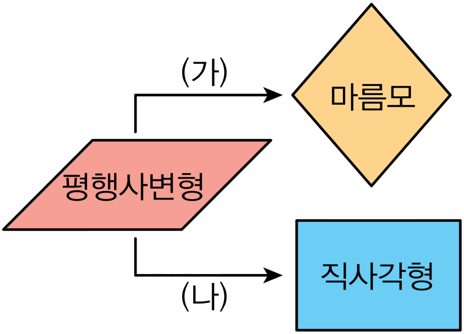
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AC} = \overline{DB}$이므로 $12 - 2x = 8$

$\therefore\ x = 2$

12. 다음 그림에서 평행사변형에 조건 (가)를 붙이면 마름모가 되고, (나)를 붙이면 직사각형이 된다. (가), (나)에 들어가는 조건으로 알맞은 것을 모두 고르면?



① (가) 이웃하는 대변의 길이가 같다. (나) 한 내각의 크기가 직각이다.

② (가) 두 대각선의 길이가 같다. (나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

③ (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다. (나) 한 내각의 크기가 직각이다.

④ (가) 한 내각의 크기가 직각이다. (나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다. (나) 두 대각선의 길이가 같다.

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 대변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.
평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 직각이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

13. 다음 보기 중 두 대각선의 길이가 항상 같은 것은 모두 몇 개인가?

보기

사각형, 사다리꼴, 등변사다리꼴,
평행사변형, 직사각형, 마름모,
정사각형

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형 3 개이다.

14. 다음은 사각형과 그 중점을 연결해 만든 사각형을 대응 시켜놓은 것이다. 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 정사각형 - 정사각형　　② 마름모 - 직사각형

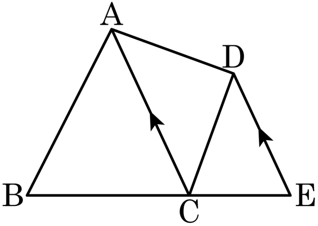
③ 직사각형 - 정사각형　　④ 평행사변형 - 평행사변형

⑤ 등변사다리꼴 - 마름모

해설

직사각형의 중점을 연결해 만들면 마름모가 된다. 마름모는 반드시 정사각형이라고 할 수 없다.
따라서 ③은 틀렸다.

15. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AC}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{DE}}$ 이고, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이가 12 이고 $\triangle\mathrm{ACD}$ 의 넓이가 8 일 때, $\triangle\mathrm{ABE}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

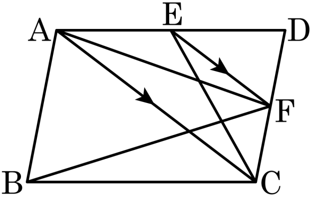
▷ 정답 : 20

해설

$\overline{\mathrm{AC}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{DE}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ACE} = \triangle\mathrm{ACD} = 8$

$\therefore \triangle\mathrm{ABE} = \triangle\mathrm{ABC} + \triangle\mathrm{ACE} = 12 + 8 = 20$

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{EF}$이고 $\triangle BCF$의 넓이가 15cm^2일 때, $\triangle ACE$의 넓이는?



① 15cm^2 ② 20cm^2 ③ 25cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$이므로 밑변과 높이가 같아

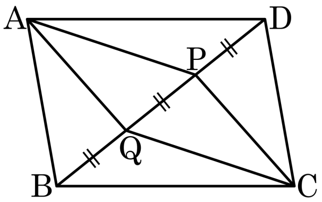
$\triangle BCF = \triangle ACF$이고,

$\overline{AC} \,/\!/\, \overline{EF}$이므로 밑변과 높이가 같아

$\triangle ACF = \triangle ACE$

$\therefore\ \triangle ACE = 15(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 대각선 DB를 삼등분하는 점을 각각 P, Q라고 하자. $\square\mathrm{ABCD} = 900\mathrm{cm}^2$일 때, $\square\mathrm{APCQ}$의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 300

해설

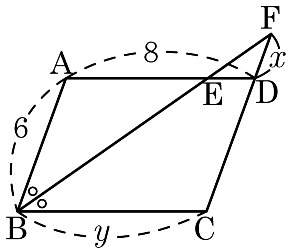
$\triangle\mathrm{APQ} = \frac{1}{3}\triangle\mathrm{ABD} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \frac{1}{6}\square\mathrm{ABCD}$

$\triangle\mathrm{CPQ} = \frac{1}{3}\triangle\mathrm{CDB} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \frac{1}{6}\square\mathrm{ABCD}$

$\square\mathrm{APCQ} = \triangle\mathrm{APQ} + \triangle\mathrm{CPQ} = \frac{1}{6}\square\mathrm{ABCD} + \frac{1}{6}\square\mathrm{ABCD} = \frac{1}{3}\square\mathrm{ABCD}$

$\therefore \square\mathrm{APCQ} = 300(\mathrm{cm}^2)$

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 E, $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라고 한다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 일 때, x, y를 차례대로 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 답 : cm

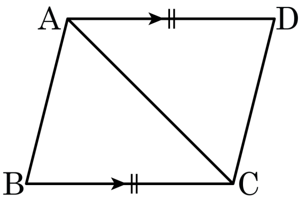
▷ 정답 : $x = 2$ cm

▷ 정답 : $y = 8$ cm

해설

$\overline{AB} // \overline{CF}$ 이므로 $\angle ABE = \angle BFC$ (엇각) 이다.
그러므로 삼각형 BCF 는 이등변삼각형이다.
평행사변형의 대변의 길이는 같으므로 $\overline{BC}$ 의 길이는 $\overline{AD}$ 의 길이와 같다.
$\therefore y = 8\text{cm}$
삼각형 BCF 는 이등변삼각형이므로 $\overline{BC} = \overline{CF}$
$8 = x + 6$
$\therefore x = 2\text{cm}$

19. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 <u>틀린</u> 곳을 모두 고르면?



가정) □ABCD 에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, ㄱ. <u>$\overline{AD} = \overline{BC}$</u>

결론) $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

증명) 대각선 AC를 그으면

△ABC와 △CDA에서

ㄱ. <u>$\overline{AD} = \overline{BC}$</u> (가정) ⋯ ㉠

ㄴ. <u>$\angle DCA = \angle BAC$</u> (엇각) ⋯ ㉡

ㄷ. <u>$\overline{AC}$</u> 는 공통 ⋯ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (ㄹ. <u>SAS</u> 합동)

ㅁ. <u>$\angle DAC = \angle BCA$</u> 이므로

∴ $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로

□ABCD는 평행사변형이다.

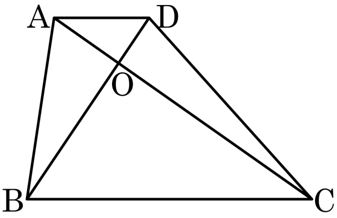
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$

ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

20. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{\mathrm{AD}}//\overline{\mathrm{BC}}$, 이고 $\overline{\mathrm{OC}} = 3\overline{\mathrm{AO}}$ 이다. $\triangle\mathrm{AOB} = 9\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{ACD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $12\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AD}}//\overline{\mathrm{BC}}$, $\triangle\,ABO = \triangle\mathrm{DOC} = 9\mathrm{cm}^2$

$\triangle\mathrm{AOD}$, $\triangle\mathrm{DOC}$ 는 높이가 같다.

$\triangle\mathrm{DOC} : \triangle\mathrm{AOD} = 3 : 1 = 9\mathrm{cm}^2 : \triangle\mathrm{AOD}$ $\therefore\ \triangle\mathrm{AOD} = 3\mathrm{cm}^2$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ACD} = \triangle\mathrm{AOD} + \triangle\mathrm{DOC} = 9 + 3 = 12\mathrm{cm}^2$