

1. 두 자연수의 최대공약수가 11, 최소공배수가 42 일 때, 두 수의 곱을 구하면?

① 358 ② 409 ③ 421 ④ 462 ⑤ 500

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면
 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $A \times B = 11 \times 42$ 이다.
 $\therefore A \times B = 462$

2. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠

$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7 \times 5$
- ㉡

$x \times x \times y \times x \times y = x^2 \times y^3$
- ㉢

$4 \times 4 = 2^4$
- ㉤

$2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 + 3^3$
- ㉥

$\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \frac{3}{5^3}$

① 0 개 ② 1 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠

$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$

㉡

$x \times x \times y \times x \times y = x^3 \times y^2$

㉢

$2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 \times 3^3$

㉥

$\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3$

3. 자연수 288 의 약수의 개수와 자연수 $4 \times 3 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$ 이므로

약수의 개수는 $(5+1) \times (2+1) = 18$ (개)

$4 \times 3 \times 7^a = 2^2 \times 3 \times 7^a$ 이므로

약수의 개수는

$(2+1) \times (1+1) \times (a+1) = 6 \times (a+1)$ (개)

$6 \times (a+1) = 18$ 이므로

$a+1 = 3$

$\therefore a = 2$

4. 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$, $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 의 최대공약수가 280 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

최대공약수가 $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이고
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 2 의 지수가 4이므로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 2 이므로
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
또한,
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 7 의 지수가 5 이므로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 1$, $c = 1$ 이다.

5. 공책 48 권, 볼펜 80 개, 가위 64 개를 하나도 빠짐없이 가능한 많은 사람에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어줄 수 있는가?

① 10 명 ② 12 명 ③ 14 명 ④ 16 명 ⑤ 20 명

해설

구하고자 하는 학생 수는 48, 80, 64 의 최대공약수이므로 16 (명)이다.

6. 이벤트 행사에 참여한 어느 단체가 지우개 36 개, 공책 60 권, 볼펜 72 개를 받았다. 이들 지우개, 공책, 볼펜을 하나도 빠짐없이 될 수 있는 대로 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려면 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 12 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $72 = 2^3 \times 3^2$
36, 60, 72 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$

7. 1부터 200까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 93 개

▷ 정답 : 93 개

해설

1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 66개
1부터 200까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 40개
1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이면서 5의 배수인 것의 개수는 13개
1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는
 $66 + 40 - 13 = 93$

8. $24 \times a$ 가 어떤 자연수 A 의 제곱이 될 때, A 의 최솟값은?

① 9

② 12

③ 36

④ 54

⑤ 100

해설

$$24 \times a = 2^3 \times 3 \times a$$

$$\text{가장 작은 } a = 2 \times 3 = 6$$

$$A^2 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (12)^2$$

$$\therefore A = 12$$

9. 432를 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 3 ② 6 ③ 12 ④ 27 ⑤ 48

해설

$$\frac{432}{x} = \square^2$$

$$432 = 2^4 \times 3^3$$

나뉘야 할 가장 작은 자연수는 3이다. 그러므로 3 또는 $3 \times$ (지수가 짝수인 수)의 꼴이 아닌 것을 찾는다.

- ① 3
② 2×3
③ $2^2 \times 3$
④ 3^3
⑤ $2^4 \times 3$

10. $540 \times a = b^2$ 일 때, a 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단, a, b 는 자연수)

① 24

② 38

③ 56

④ 60

⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는
 $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는
 $3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,
곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는
 $3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

11. $2^3 \times 3^5 \times 5$ 와 $2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 이므로
이 수의 약수 중 제곱이 되는 수를 찾는다.
 $1^2, 2^2, 3^2, 3^4, 2^2 \times 3^2, 2^2 \times 3^4$ 모두 6 개이다.

12. 세 자연수 $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수가 108 일 때, A 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

세 자연수의 최소공배수가 108 이고, $108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수와 $2^2 \times 3^3$ 가 같으면 된다. $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times A$ 이므로 $2^2 \times 3^3$ 와 비교하면 A 는 3 이다.

13. 세 수 $12, 18, a$ 의 최소공배수가 396 일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$, $396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$ 이므로,
 a 값이 될 수 있는 수는 $2^x \times 3^y \times 11$ (x, y 는 0 또는 1 또는 2)
이며,
최솟값을 가질 때는 x, y 가 0 일 때이므로 a 의 최솟값은 11 이다.

14. 학생들에게 검정 펜 50 자루, 빨강 펜 24 자루, 파랑 펜 100 자루를 똑같이 나누어줄 때, 검정 펜과 빨강 펜은 각각 6 개, 4 개가 부족하고, 파랑 펜은 2 개가 남는다. 이때, 최대 학생 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ **답:** 명

▷ 정답 : 14명

해설

검정 펜 50 자루를 나누면 6 개가 부족하다. : $(50 + 6)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

빨강 펜 24 자루를 나누면 4 개가 부족하다. : $(24 + 4)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

파랑 펜 100 자루를 나누면 2 개가 남는다. : $(100 - 2)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

나누면 나누어 떨어진다.

이러한 수 중 가장 큰 수는 56, 28, 98 의 최대공약수인 14 이다.
따라서 최대 학생 수는 14 명이다.

15. 원주 위를 같은 방향으로 움직이는 세 점 A, B, C 가 3 분에 각각 45 바퀴, 30 바퀴, 60 바퀴를 돈다. 원주 위의 한 점 P 에서 세 점 A, B, C 가 동시에 출발하여 출발한 이후 1 시간 동안 점 P 를 동시에 통과하는 횟수를 구하여라.

▶ 답 : 회

▷ 정답 : 300 회

해설

A 가 3 분에 45 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{15}$ 분, 즉 4 초가 걸리고, B 가 3 분에 30 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{10}$ 분, 즉 6 초 걸리고, C 가 3 분에 60 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{20}$ 분, 즉 3 초가 걸린다.
즉, 같은 지점에서 처음에 같이 출발했다가 다시 같이 출발하는 데는 4, 6, 3 의 최소공배수인 12 초가 걸린다.
따라서 점 P 를 1 시간 (3600 초) 동안 $3600 \div 12 = 300$ (회) 동시에 통과한다.

16. 세 자리의 두 정수의 최소공배수가 840 이고 최대공약수가 21 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 273

해설

$$840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7,$$

두 수는 최대공약수 21의 배수이고, 세 자리 수이므로 $21 \times 5 = 105$ 와 $21 \times 2^3 = 168$ 이 된다.

$$\therefore 105 + 168 = 273$$

17. 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ① 1 은 소수이다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 두 소수의 곱은 합성수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 9 개이다.
- ⑤ 소수의 제곱은 항상 네 개의 약수를 갖는다.

해설

- ① 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ② 2 는 소수이지만 짝수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이므로 총 8 개이다.
- ⑤ 소수 a 의 제곱은 항상 세 개의 약수 $(1, a, a^2)$ 를 갖는다.

소수의 제곱	약수
$2^2=4$	1, 2, 4
$3^2=9$	1, 3, 9
$5^2=25$	1, 5, 25
$\vdots$	$\vdots$

18. 자연수 a 의 약수의 개수를 $[a]$ 이라 할 때, $[x] - [20] = 6$ 를 만족하는 가장 작은 x 의 값을 구한 것은?

① 42 ② 50 ③ 60 ④ 64 ⑤ 72

해설

$[x] - [20] = 6$
 $20 = 2^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $3 \times 2 = 6$ (개) 이다.
따라서 $[20] = 6$ 이므로
 $[x] - 6 = 6$
 $[x] = 12$
 $12 = 2 \times 6$ 일 때, $x = 2^5 \times 3 = 96$
 $12 = 3 \times 2 \times 2$ 일 때, $x = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$
 $12 = 4 \times 3$ 일 때, $x = 2^3 \times 3^2 = 72$
따라서 가장 작은 x 의 값은 60 이다.

19. $2^3 \times 5 \times \square \times 7$ 의 약수의 개수가 32 개라고 한다. $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수를 작은 수부터 2개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 11

해설

$2^3 \times 5 \times \square \times 7$ 의 약수의 개수가 32 개이면

$\square$ 가 가장 작은 소인수 3 인 경우와 그 다음 작은 소인수인 11 이 있다.

20. 화장실 바닥의 가로와 세로의 길이가 각각 300 cm, 270 cm인 화장실 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 띠처럼 둘러 붙이려고 한다. 타일을 쪼개지 않고 붙이려고 할 때, 가능한 타일의 한 변의 길이가 아닌 것은?



- ① 1 cm ② 2 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 10 cm

해설

타일의 한 변의 길이가 300과 270의 공약수이면 타일을 쪼개지 않고 붙일 수 있다.
 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$, $270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이므로
두 수의 최대공약수는 $2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.
따라서 타일의 한 변의 길이는 1 cm, 2 cm, 3 cm, 5 cm, 6 cm, 10 cm, 15 cm, 30 cm가 가능하다.