1. 다음 중 옳은 것은?

> ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
>
> ㉡ 11 과 19 는 소수이다.
>
> ㉢ 두 자연수가 서로소이면 공약수는 1 뿐이다.
>
> ㉣ 두 소수는 항상 서로소이다.
>
> ㉤ 5 보다 크고 10 보다 작은 자연수 중 4 와 서로소인 수는 없다.

① ㉡,㉢ ② ㉠,㉡,㉢ ③ ㉡,㉢,㉣
④ ㉠,㉡,㉢,㉣ ⑤ ㉠,㉡,㉢,㉣,㉤

해설

㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
㉤ 5 보다 크고 10 보다 작은 자연수 중 4 와 서로소인 수는 7, 9 이다.

2. 28 의 약수이면서 42 의 약수도 되는 수를 모두 찾아 그 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

28 과 42 의 공약수를 구하면 된다.
$28 = 2^2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$ 이므로
28과 42 의 공약수는 1, 2, 7, 2×7 이고 합은 $1+2+7+14 = 24$ 이다.

3. 두 수 84, 120 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

84 와 120 의 최대공약수는 12 이고, 12 의 약수는 모두 6 개 이므로
84, 120 의 공약수의 개수는 12 개이다.

4. 두 자연수 3, 4 중 어느 수로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

3, 4 의 최소공배수는 12 이므로 구하는 자연수는 $12 + 1 = 13$

5. $2^2 \times 3^3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수와 최소공배수를 바르게 나타낸 것을 골라라.

① 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$

② 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$

③ 최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

④ 최대공약수 : $2^2 \times 3$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

⑤ 최대공약수 : $2^2 \times 3^3 \times 5$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$

해설

$2^2 \times 3^3 \times 5$
$2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$

최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$
최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

6. 두 자연수의 곱이 84 이고 최대공약수가 1 일 때, 최소공배수는?

① 42 ② 84 ③ 90 ④ 168 ⑤ 336

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수) 이므로
$84 = 1\times$ (최소공배수)
따라서 최소공배수는 84 이다.

7. $\frac{n}{18}$, $\frac{n}{24}$ 을 자연수가 되게 하는 n의 값 중 가장 작은 자연수를 구하는 과정이다.
다음 ☐안에 알맞은 것을 써넣어라.

㉠ 두 분수가 자연수가 되려면 n 은 18 과 24 의 ☐이어야 한다.

㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 ☐이다.

㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 ☐이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 공배수

▷ 정답 : 최소공배수

▷ 정답 : 72

해설

㉠ 두 분수가 자연수가 되려면, n은 18과 24의 공배수이어야 한다.
㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
㉢ n의 값 중 가장 작은 수는 72이다.

8. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 8, 9 ② 24, 27 ③ 12, 51

④ 14, 35 ⑤ 13, 91

해설

① 8 과 9 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.

9. 세 수 $2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$　② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$　③ $2^2 \times 3^3 \times 5^3$

④ $2^3 \times 3^2 \times 5$　⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 에서
최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

10. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a+b$ 의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.

따라서 $a = 3,\ b = 1$

11. 다음 중 두 수 12 와 18 의 최소공배수로 옳은 것은?

① 12　② 18　③ 36　④ 42　⑤ 54

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$ 이므로, 최소공배수는 $2^2 \times 3^2$, 즉 36 이다.

12. 두 자연수 $2^a \times 3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
$a=3,\ b=2,\ c=7$ 이다.
$\therefore\ a+b+c=12$

13. 다음 각 수를 나열한 것을 보고 공통인 수를 찾으면?

$7, 14, 21, 28, \cdots$
$21, 42, 63, 84, \cdots$

① $7, 14, 21, 28$
② $7, 14, 21, 28, \cdots$
③ $21, 42, 63, 84$
④ $21, 42, 63, 84, \cdots$
⑤ $147, 294, 441, 588, \cdots$

해설

첫 번째 줄의 수는 7 의 배수이고 두 번째 줄의 수는 21 의 배수이다.
따라서 공통인 수를 찾으면 7과 21 의 공배수, 즉 21 의 배수를 찾으면 된다.

14. 세 수 9, 18, 27 의 공배수 중 500 이하의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 3 개 ② 5 개 ③ 7 개 ④ 9 개 ⑤ 11 개

해설

9, 18, 27 의 공배수는 최소공배수 54 의 배수이므로 500 이하의 자연수는 $500 \div 54 = 9 \cdots 14$ 이므로 9 개이다.

15. 다음 세 자연수의 최소공배수가 1155 일 때, a 의 값은?

$11\times a,\ 7\times a,\ 5\times a$

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

해설

$$a)\begin{array}{lll}11\times a & 7\times a & 5\times a\\ 11 & 7 & 3\end{array}$$

$a\times 11\times 7\times 5 = 1155$

$\therefore\ a = 3$

16. 가로의 길이가 72cm, 세로의 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm ② 12 cm ③ 18 cm ④ 24 cm ⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

17. 가로의 길이가 450 m , 세로의 길이가 240 m 인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

① 30 m ② 15 m ③ 10 m ④ 3 m ⑤ 2 m

해설

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450 과 240 의 최대공약수인 30 m 이다.

18. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는18과 24의 최대공약수인 6 이다.

19. 다음 설명 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 소수의 약수의 개수는 2 개이다.

② 7 의 배수 중에서 소수는 1개이다.

③ 자연수는 소수와 합성수로 되어 있다.

④ 서로소인 두 수의 최대공약수는 1 이다.

⑤ 소수 중에 짝수인 소수는 2 뿐이다.

해설

자연수는 1 과 소수, 그리고 합성수로 분류된다.

20. 다음 두 수의 최대공약수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

108	126

① 2×3 ② $2^2\times3$ ③ $2^2\times3^2$

④ 2×3^2 ⑤ 2×3^3

해설

$$\begin{array}{r|l} 2 & 108 \\ 2 & 54 \\ 3 & 27 \\ 3 & 9 \\ & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 126 \\ 3 & 63 \\ 3 & 21 \\ & 7 \end{array}$$

$108=2^2\times3^3$ $126=2\times3^2\times7$

따라서 최대공약수는 2×3^2 이다.

21. 소인수분해를 이용하여 세 수 $15, 45, 90$ 의 최대공약수를 구하면?

① 3 ② 5 ③ 9 ④ 10 ⑤ 15

해설

$3\overline{)\,15}$
$\quad 5$

$3\overline{)\,45}$
$3\overline{)\,15}$
$\quad 5$

$3\overline{)\,90}$
$3\overline{)\,30}$
$2\overline{)\,10}$
$\quad 5$

$15=3\times5$ $45=3^2\times5$ $24=2\times3^2\times5$

따라서, 최대공약수는 $3\times5=15$ 이다.

22. 두 자연수의 공약수가 36의 약수와 같을 때, 두 수의 공약수의 개수는?

① 6개 ② 7개 ③ 8개 ④ 9개 ⑤ 10개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.
최대공약수 36을 소인수분해하면 $36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)이다.
따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 9개이다.

23. 세 자연수의 비가 3 : 4 : 6 이고 최소공배수가 96 일 때, 세 자연수 중 가장 큰 수는?

① 28 ② 48 ③ 56 ④ 70 ⑤ 84

해설

세 자연수의 비가 3 : 4 : 6 이므로 세 자연수는 각각 $3 \times a$, $4 \times a$, $6 \times a$ 로 나타낼 수 있다.
또한 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times a = 96 = 2^5 \times 3$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a = 8$ 이다.
따라서 세 자연수는 각각 $24 = 3 \times 8$, $32 = 4 \times 8$, $48 = 6 \times 8$ 이다.

24. 석진이의 방은 가로가 300cm , 세로가 420cm 이고, 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 액자를 빈틈없이 띠처럼 둘러 걸어 놓으려고 한다. 가능한 한 큰 액자를 걸려고 할 때, 액자의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 60 cm

해설

걸어 놓으려고 하는 액자의 한 변의 길이는 300 과 420 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 액자를 걸려고 했으므로 한 변의 길이는 300 과 420 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 300\ \ 420 \\ \hline 2 & 150\ \ 210 \\ \hline 3 & 75\ \ 105 \\ \hline 5 & 25\ \ 35 \\ \hline & 5\ \ 7 \end{array}$$

$\therefore 2\times 2\times 3\times 5=60(\text{cm})$

25. 어떤 역에는 각각 40 분, 1 시간 5 분 간격으로 출발하는 두 종류의 열차가 있다. 하루 중 두 열차의 첫 출발 시각은 오전 7 시로 같고, 이 역을 출발하는 마지막 열차의 출발 시각은 오후 7 시이다. 첫 차와 마지막 차를 제외하고, 하루 중 오전 7 시와 오후 7 시 사이 두 열차가 동시에 출발하는 시각을 A 시 B 분이라고 할 때, $A+B$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 43

해설

열차가 동시에 출발하는 간격은 40 와 65 의 공배수이므로
$40 = 2^3 \times 5$, $65 = 5 \times 13$ 의
최소공배수는 $2^3 \times 5 \times 13 = 520$ (분) 이다.
따라서 오전 7 시와 오후 7 시 사이에 열차가 동시에 출발하는 시각은
오전 7 시+520 분= 오후 3 시 40 분
오후 3 시 40 분 +8시 40분 = 오전 12 시 20 분
오전 7 시와 오후 7 시 사이에 두 열차가 동시에 출발하는 시각은 오후 3 시 40 분이다.
$\therefore$ 43

26. 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 6cm, 8cm, 4cm 인 직육면체 모양의 나무토막을 빈틈없이 쌓아서 되도록 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이 정육면체의 겉넓이를 구하여라.

▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : 3456 cm^2

해설

6, 8, 4의 최소공배수는 24이므로, 한 모서리의 길이가 24cm 인 정육면체의 겉넓이는

$24 \times 24 \times 6 = 3456(cm^2)$

27. 두 자연수의 곱이 1440 이고, 최대공약수가 6 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면?

① 240 ② 300 ③ 360 ④ 480 ⑤ 540

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면
$A \times B = L \times G$ 이므로
$1440 = L \times 6$ 이다.
$\therefore\ L = 240$

28. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개
100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는 $20 + 14 - 2 = 32$

29. $2^3 \times 3^5 \times 5$ 와 $2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 이므로
이 수의 약수 중 제곱이 되는 수를 찾는다.
1^2, 2^2, 3^2, 3^4, $2^2 \times 3^2$, $2^2 \times 3^4$ 모두 6 개이다.

30. 어느 반의 여학생 수는 36 명이고 남학생 수는 45 명이다. 봉사활동을 하기 위해 여학생 a 명과 남학생 b 명씩을 한 조로 나누려고 한다. 이때 되도록 많은 조로 나누어서 나누어진 조의 수를 c 라 할 때, $2a-b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

c 는 36 과 45 의 최대공약수이므로 $c=9$,
$a=36\div 9=4$, $b=45\div 9=5$
따라서 $2a-b+c=8-5+9=12$

31. 우유 48 개, 빵 62 개, 사과 33 개를 가능한 한 많은 사람에게 같은 개수로 나누어 주려고 한다. 우유는 개수가 맞았고, 빵은 2 개, 사과는 3 개가 남았을 때, 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과의 합을 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 23 개

해설

48, 60, 30 의 최대공약수는 6 이다.
→ 한 사람당 우유 8 개, 빵 10 개, 사과 5 개씩 받는다.
따라서 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과의 합은 23 개이다.

32. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

① 16 바퀴　② 18 바퀴　③ 20 바퀴
④ 21 바퀴　⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.
같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉡ 톱니바퀴는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로
다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$ (바퀴) 이다.

33. 가로 10 cm, 세로 18 cm 인 직사각형 모양의 타일로 한 변의 길이가 1 m 보다 큰 정사각형을 만들 때, 최소한 몇 장의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답 : 장

▷ 정답 : 180 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 10 과 18 의 공배수 중 세 자리의 가장 작은 자연수이다. 10 과 18 의 최소공배수는 90 이고, 90 의 배수 중 세 자리의 가장 작은 수는 180 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 180 cm 이다.
따라서 필요한 타일의 개수는 $(180 \div 10) \times (180 \div 18) = 18 \times 10 = 180$ (장) 이다.

34. 분수 $\frac{x}{y}$ 의 분모에 18 , 분자에 45 를 더해도 분수의 값은 변하지 않는다. x, y 의 최소공배수가 70 일 때, 자연수 x, y 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 35$

▷ 정답 : $y = 14$

해설

$\frac{x}{y} = \frac{x+45}{y+18}$

→ $x \times (y+18) = y \times (x+45)$

→ $18x = 45y$ → $2x = 5y$

$70 = 2 \times 5 \times 7$ 이므로

$2x = 5y$ 를 만족하려면 $x = 35$, $y = 14$ 이다.

35. 1 층에서 A 층까지 운행하는 엘리베이터는 12 분마다, 1 층에서 B 층까지 운행하는 엘리베이터는 15 분마다, 1 층에서 C 층까지 운행하는 엘리베이터는 18 분마다 1 층에서 문이 열린다. 세 엘리베이터가 처음 동시에 1 층에서 출발한 순간부터 쉬지 않고 반복해서 운행한다고 했을 때, 세 엘리베이터가 1 층에서 5 번째로 동시에 문이 열린 순간까지 A 층까지 운행하는 엘리베이터와 B 층까지 운행하는 엘리베이터만 동시에 1 층에서 문이 열리는 횟수를 구하여라.

▶ 답 : 회

▷ 정답 : 8 회

해설

12, 15, 18 의 최소공배수는 180 이다.
처음에 같이 열리므로 5 번째 같이 열리는 시간은 720 분 후이다.
12 와 15 의 최소공배수는 60 이므로,
(A 층까지 운행하는 엘리베이터와 B 층까지 운행하는 엘리베이터만 동시에 1 층에서 열리는 횟수)$= \frac{720}{60} - \frac{720}{180} = 8$ (회)