

1. 다음 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하면?

$$2 \times 3^2, 5^3, 2^3 \times 5, 3^2 \times 7$$

- ① 22 ② 23 ③ 45 ④ 107 ⑤ 143

해설

$$2 \times 3^2 = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$2^3 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$$

$$3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63 \text{ 이므로}$$

$$\text{가장 큰 수는 } 5^3, \text{ 가장 작은 수는 } 2 \times 3^2$$

$$\text{따라서 두 수의 차는 } 125 - 18 = 107 \text{ 이다.}$$

2. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ㉡ 소수는 약수가 2 개인 수이다.
- ㉢ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
- ㉤ a, b 가 소수이면 $a \times b$ 도 소수이다.

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉢, ㉤
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉤

해설

㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
㉢ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
㉤ a, b 가 소수일 때, $a \times b$ 의 약수는 1, $a, b, a \times b$ 이므로 $a \times b$ 는 소수가 아니다.
따라서 옳은 것은 ㉡이다.

3. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 24 ⑤ 39

해설

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, \quad 2 + 3 + 5 = 10$$

4. $24 \times a$ 가 어떤 자연수 A 의 제곱이 될 때, A 의 최솟값은?

- ① 9 ② 12 ③ 36 ④ 54 ⑤ 100

해설

$$24 \times a = 2^3 \times 3 \times a$$

$$\text{가장 작은 } a = 2 \times 3 = 6$$

$$A^2 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (12)^2$$

$$\therefore A = 12$$

5. I, M, O 는 $I \times M \times O = 2001$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때, $I + M + O$ 의 최댓값은?

① 23 ② 55 ③ 99 ④ 111 ⑤ 671

해설

$2001 = 3 \times 23 \times 29$ 이고, 합의 최댓값을 구하므로, I, M, O 는 1, 3, 667 이 된다.

6. $2^a \times 3^b$ 의 약수의 개수가 6 개 일 때, $2^a \times 3^b$ 이 가장 작은 자연수가 되도록 하는 a, b 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

자연수 A 가 $A = a^m \times b^n$ 으로 소인수분해될 때 (A 의 약수의 개수)는 $(m + 1) \times (n + 1)$ 개 이다.

$$\begin{aligned} 6 &= 1 \times 6 = (0 + 1) \times (5 + 1) \\ &= 6 \times 1 = (5 + 1) \times (0 + 1) \\ &= 2 \times 3 = (1 + 1) \times (2 + 1) \\ &= 3 \times 2 = (2 + 1) \times (1 + 1) \end{aligned}$$

이므로, (a, b) 의 순서쌍으로 가능한 순서쌍은 모두 $(0, 5), (5, 0), (1, 2), (2, 1)$ 이다.

i) $(a, b) = (0, 5)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^0 \times 3^5 = 1 \times 3^5 = 243$ 이다.

ii) $(a, b) = (5, 0)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^5 \times 3^0 = 2^5 \times 1 = 32$ 이다.

iii) $(a, b) = (1, 2)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^1 \times 3^2 = 18$ 이다.

iv) $(a, b) = (2, 1)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^2 \times 3^1 = 12$ 이다.

따라서 i), ii) iii), iv) 에서 가장 작은 수는 12 이다.