

1. 다음 안에 들어갈 알맞은 수는?

$$3^{2x+3} = \text{} \times 9^x$$

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

해설

$3^{2x+3} = 3^{2x} \times 3^3 = 9^x \times 27$
안에 들어갈 수는 27이다.

2. 다음 보기 중 가장 큰 수를 골라라.

보기

㉠ $3 \times 2^2 \times 3^2$

㉡ $5^2 \times 3^3$

㉢ $2^3 \times 3^2 \times 7$

㉣ $3^2 \times (2^2)^3$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

해설

㉠ $3 \times 2^2 \times 3^2 = 3^3 \times 2^2 = 27 \times 4 = 108$

㉡ $5^2 \times 3^3 = 25 \times 27 = 675$

㉢ $2^3 \times 3^2 \times 7 = 8 \times 9 \times 7 = 504$

㉣ $3^2 \times (2^2)^3 = 9 \times 2^6 = 9 \times 64 = 576$

따라서 가장 큰 수는 ㉡이다.

3. $X = 2^a$ 일 때, $K(X) = a$ 로 정한다. 이때, $K(2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6} = 2^a$$

$$2^{4m-8} \div 2^{2(2m-6)} = 2^{4m-8-4m+12} = 2^4$$

$$\therefore a = 4$$

4. x, y 가 짝수일 때, $(-4)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$ 이다. $x + y$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$(-2^2)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$$

2, y , $x - 6$ 이 모두 짝수이므로

$$(-2^2)^2 = (2^2)^2 = 2^4,$$

$$(-2)^y = 2^y, (-2)^{x-6} = 2^{x-6} \text{이다.}$$

$$2^4 \div 2^y = 2^{4-y} = 2^{x-6}$$

$$4 - y = x - 6$$

$$\therefore x + y = 10$$

5. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

6. 다음과 같이 6개의 식이 있다. 다음 식들 중 계산 결과가 같은 것을 찾아라.

㉠ $\frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3}$	㉡ $\frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3}\right)^2$	㉢ $\left\{\frac{1}{3}(a^2b)^2\right\}^2$
㉣ $\left(\frac{ab}{3}\right)^3 \times \frac{1}{3}$	㉤ $\frac{a}{9} \times \left(\frac{ab^2}{3}\right)^2$	㉥ $\frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3}\right)^3$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

$$\textcircled{㉠} \frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3} = \frac{a^3b^3}{81}$$

$$\textcircled{㉡} \frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3}\right)^2 = \frac{a^3b^2}{27}$$

$$\textcircled{㉢} \left(\frac{1}{3}a^4b^2\right)^2 = \frac{a^8b^4}{9}$$

$$\textcircled{㉣} \left(\frac{ab}{3}\right)^3 \times \frac{1}{3} = \frac{a^3b^3}{81}$$

$$\textcircled{㉤} \frac{a}{9} \times \frac{a^2b^4}{9} = \frac{a^3b^4}{81}$$

$$\textcircled{㉥} \frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3}\right)^3 = \frac{a^2b^3}{27}$$

7. n 이 자연수일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$
- ㉡ $(-1)^n - (-1)^{n+1} = 1$ (단, n 은 짝수)
- ㉢ $(-1)^n \times (-1)^{n+1} = -1$
- ㉣ $(-1)^n \div (-1)^{n+1} = 1$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ 모든 자연수에 대하여 $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$ 이다.
㉡ $1 - (-1) = 1 + 1 = 2$
㉢ $(-1)^{n+n+1} = (-1)^{2n+1} = -1$
㉣ n 이 홀수일 때, $(-1) \div 1 = -1$ 이고, n 이 짝수일 때, $1 \div (-1) = -1$ 이므로 -1 이다.
이므로 옳은 것은 ㉠, ㉢이 답이다.

8. $2^3 = x$ 일 때, 32^6 을 x 의 거듭제곱으로 바르게 나타낸 것은?

① x^2

② x^4

③ x^6

④ x^8

⑤ x^{10}

해설

$$32^6 = (2^5)^6 = 2^{30} = (2^3)^{10} = x^{10}$$

9. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리의 수를 구하면?

① 10 자리

② 12 자리

③ 17 자리

④ 20 자리

⑤ 26 자리

해설

$$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \times 5^{3y} = 5^{3y+4}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 4$$

두 식을 연립하면

$$x = 5, y = 6$$

$$64^x \times 625^y = (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24}$$

$$= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24}$$

따라서 26 자리의 수이다.

10. 자연수 a 에 대하여 $a^{a+3} = a^{3a-1}$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

해설

$a^{a+3} = a^{3a-1}$ 에서

㉠ 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로

$a + 3 = 3a - 1$, $\therefore a = 2$

㉡ 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $a = 1$ 일 때, $1^4 = 1^2$ 이다. $\therefore a = 1$

따라서 a 의 값은 1 과 2 이다.

11. $x_1 = 97$, $x_2 = \frac{2}{x_1}$, $x_3 = \frac{3}{x_2}$, $x_4 = \frac{4}{x_3}$, $\dots$, $x_{10} = \frac{10}{x_9}$ 이라 할 때,
 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3840

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다. 따라서
 $x_9 \times x_{10} = 10$ 이 된다.

$$\begin{aligned} & x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10} \\ &= (x_1 \cdot x_2) \times (x_3 \cdot x_4) \times \cdots \times (x_9 \cdot x_{10}) \\ &= 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 3840 \end{aligned}$$

12. $2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$$

$$2^{4n+3a} \div 2^{4n} = 2^9$$

$$4n + 3a - 4n = 9 \quad \therefore a = 3$$

13. $12x^a \div 6x^2y^2 \times (-2xy^b) = -4x^2$ 에서 $a + b$ 의 값을 구하면?

① 3

② 1

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$12x^a \div 6x^2y^2 \times (-2xy^b) = -4x^2$$

$$-4x^{a-2+1}y^{b-2} = -4x^2$$

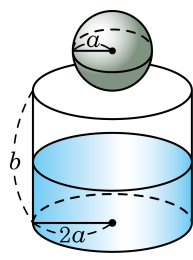
$$a - 2 + 1 = 2 \quad \therefore a = 3$$

$$b - 2 = 0 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 3 + 2 = 5$$

14. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?

- ① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ a
 ④ $\frac{4}{3}a$ ⑤ $\frac{5}{3}a$



해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$$h = \frac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})} \text{ 만큼 높아진다.}$$

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h 라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$ 이다.

$$(\text{쇠공의 부피}) = \frac{4}{3}\pi a^3 \text{ 이므로}$$

$$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a \text{ 만큼 높아진다.}$$

