

1. 다음 중 안에 들어갈 수가 나머지 넷과 다른 하나를 골라라.
(단, $a \neq 0$)

$$\textcircled{\text{㉠}} a^3 \times a = a^{\square}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} a^{12} \div a^8 = a^{\square}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} (a^2)^3 \div a^{10} = \frac{1}{a^{\square}}$$

$$\textcircled{\text{㉣}} 9^3 \times 3^{\square} = 3^8$$

$$\textcircled{\text{㉤}} (2a^{\square})^3 = 8a^{12}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} a^3 \times a = a^{3+1} = a^4$$

$$\therefore \square = 4$$

$$\textcircled{\text{㉡}} a^{12} \div a^8 = a^{12-8} = a^4$$

$$\therefore \square = 4$$

$$\textcircled{\text{㉢}} (a^2)^3 \div a^{10} = a^6 \div a^{10} = \frac{1}{a^4}$$

$$\therefore \square = 4$$

$$\textcircled{\text{㉣}} 9^3 \times 3^{\square} = (3^2)^3 \times 3^{\square} = 3^8$$

$$\therefore \square = 2$$

$$\textcircled{\text{㉤}} (2a^{\square})^3 = 2^3 \times a^{4 \times 3} = 8a^{12}$$

$$\therefore \square = 4$$

2. 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $(-a^2)^2 \times (2b)^3 = -4a^4b^3$

② $(-3y)^2 \times (-xy)^3 = -3x^3y^5$

③ $(-xy)^2 \times 2xy = 2x^2y^2$

④ $\left(-\frac{1}{a}\right)^2 \times \left(\frac{2a}{b}\right)^3 = \frac{4}{b^3}$

⑤ $a^2 \times (-2b)^2 \times a^3 = 4a^5b^2$

해설

① $(-a^2)^2 \times (2b)^3 = 8a^4b^3$

② $(-3y)^2 \times (-xy)^3 = -9x^3y^5$

③ $(-xy)^2 \times 2xy = 2x^3y^3$

④ $\left(-\frac{1}{a}\right)^2 \times \left(\frac{2a}{b}\right)^3 = \frac{8a}{b^3}$

3. 다음 식의 $\square$ 안에 들어갈 알맞은 식을 고르면?

$$a^6 \div \square \times a^2 = a^3$$

① a

② a^2

③ a^3

④ a^4

⑤ a^5

해설

$$\square = a^6 \times a^2 \div a^3 = a^{6+2-3} = a^5$$

4. $3^2 = a$ 일 때, 3^{12} 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① a^6

② $2a^6$

③ a^8

④ $2a^8$

⑤ $3a^8$

해설

$3^{12} = (3^2)^6$ 이므로 a^6 이다.

5. $(-5x^2y)^3$ 을 간단히 하면?

① $125x^6y^3$

② $-125x^6y^3$

③ $-125x^3y^6$

④ $125x^3y^6$

⑤ $-125x^3y^3$

해설

$$(-5x^2y)^3 = (-5)^3x^6y^3 = -125x^6y^3$$

6. $\left(\frac{x^3}{y^a}\right)^4 = \frac{x^b}{y^{16}}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\left(\frac{x^3}{y^a}\right)^4 = \frac{x^{12}}{y^{4a}} = \frac{x^b}{y^{16}} \text{ 이므로 } 4a = 16$$

따라서 $a = 4$ 이고 $b = 12$ 이다.

$$\therefore a + b = 4 + 12 = 16$$

7. $a = 3^{x-2}$ 일 때, 27^x 를 a 에 관한 식으로 나타내면?

① $81a^2$

② $243a^2$

③ $81a^3$

④ $243a^3$

⑤ $729a^3$

해설

$$a = 3^{-2} \times 3^x = \frac{1}{9} \times 3^x$$

$$\therefore 3^x = 9a$$

$$27^x = 3^{3x} = (3^x)^3 = (9a)^3 = 9^3 a^3$$

8. $\left(\frac{1}{2}a^{\square}b\right)^2 \div (ab^2)^2 = \frac{a^4}{4b^2}$ 일 때, 안에 들어갈 수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{2}a^{\square}b\right)^2 \div (ab^2)^2 &= \frac{1}{4}a^{2\square}b^2 \times \frac{1}{a^2b^4} \\ &= \frac{a^4}{4b^2}\end{aligned}$$

이므로 안에 들어갈 수는 3 이다.

9. $(3x^a y^2)^b \div (x^2 y^c)^4 = \frac{27}{x^2 y^6}$ 일 때, $a^2 + b - c$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(3x^a y^2)^b \div (x^2 y^c)^4 = \frac{27}{x^2 y^6} \text{ 을 정리하면}$$

$$\frac{3^b x^{ab} y^{2b}}{x^8 y^{4c}} = \frac{27}{x^2 y^6}$$

i) $3^b = 27, \quad b = 3$

ii) x^{ab} 에서 지수 ab 는 6 이 되어야 하므로

$$a = 2$$

iii) y^{4c} 에서 지수 $4c$ 는 12 가 되어야 하므로

$$c = 3$$

$$\therefore a^2 + b - c = 4$$

10. 다음 중 계산 결과가 ab 가 아닌 것은?

① $a^2b \times a^2b^3 \div a^3b^3$

② $(-a)^2 \div ab \times b^2$

③ $a^3b^4 \div (-a) \div (-ab^3)$

④ $ab^2 \times a^2b \div (-ab)^2$

⑤ $b \div a^3 \times a^4b$

해설

① $a^2b \times a^2b^3 \div a^3b^3 = a^2b \times a^2b^3 \times \frac{1}{a^3b^3} = ab$

② $(-a)^2 \div ab \times b^2 = a^2 \times \frac{1}{ab} \times b^2 = ab$

③ $a^3b^4 \div (-a) \div (-ab^3) = a^3b^4 \times \frac{1}{(-a)} \times \frac{1}{(-ab^3)} = ab$

④ $ab^2 \times a^2b \div (-ab)^2 = ab^2 \times a^2b \times \frac{1}{a^2b^2} = ab$

⑤ $b \div a^3 \times a^4b = b \times \left(\frac{1}{a}\right)^3 \times a^4b = ab^2$

11. $(4xy^2)^2 \div \square \times (-3x^2y^5) = 6x^5y^2$ 의 $\square$ 안에 알맞은 식을 구하면?

- ① $5x^5$ ② $\frac{2}{xy}$ ③ $3x^3y^2$ ④ $\frac{x^2y}{4}$ ⑤ $-\frac{8y^7}{x}$

해설

$$\begin{aligned}\square &= (4xy^2)^2 \times (-3x^2y^5) \div 6x^5y^2 \\ &= 16x^2y^4 \times (-3x^2y^5) \times \frac{1}{6x^5y^2} \\ &= -\frac{8y^7}{x}\end{aligned}$$

12. $64^{x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2x-1}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$64^{x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2x-1}$$

$$(2^6)^{x-1} = (2^{-2})^{-2x-1}$$

$$2^{6x-6} = 2^{4x+2}$$

$$6x - 6 = 4x + 2$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

13. 다음 중 가장 큰 수를 고르면?

① $2^2 \times 2^2$

② 3×3^2

③ $2 \times (-2)^4$

④ $(-4)^3 \times 4^2$

⑤ $(-3)^3 \times (-3)$

해설

① $2^2 \times 2^2 = 2^{2+2} = 2^4 = 16$

② $3 \times 3^2 = 3^3 = 27$

③ $2 \times (-2)^4 = 2 \times 2^4 = 2^{1+4} = 2^5 = 32$

④ $(-4)^3 \times 4^2 = -4^3 \times 4^2 = -4^5 = -1024$

⑤ $(-3)^3 \times (-3) = -3^3 \times (-3) = 3^4 = 81$

14. $3^{x+2} = 3^x \times \square$ 에서 $\square$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$3^{x+2} = 3^x \times 3^2$$

15. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^6 \div a^3 = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = \frac{1}{b^2}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^4$

해설

① $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = b^{6-12} = b^{-6} = \frac{1}{b^6}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^{8-2-2} = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = c^{9-10} = c^{-1} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^{2-3+5} = y^4$

16. $(x^5)^4 \div (x^3)^4 \div (x^2)^2$ 을 간단히 하면?

① x^3

② x^4

③ x^5

④ x^6

⑤ x^7

해설

$$x^{20} \div x^{12} \div x^4 = x^{20-12-4} = x^4$$

17. $(x^2y^az^b)^c = x^6y^{12}z^3$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$(x^2y^az^b)^c = x^{2c}y^{ac}z^{bc} = x^6y^{12}z^3$$

$$2c = 6, \quad ac = 12, \quad bc = 3$$

$$c = 3, \quad a = 4, \quad b = 1$$

$$\therefore a + b + c = 8$$

18. 다음 안에 알맞은 수는?

$$32^2 = 4^3 \times 2^{\square}$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 8

해설

$$32^2 = (2^5)^2 = 2^{10} = (2^2)^3 \times 2^4 = 4^3 \times 2^{\square}$$

$$\therefore \square = 4$$

19. $2^6 \div 2^a = \frac{1}{8}$, $8 \div 2^b \times 64 = 8$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$2^6 = 2^a \times \frac{1}{8} = 2^{a-3} \text{ 이므로 } a = 9 \text{ 이다.}$$

$$2^{3-b+6} = 2^3 \text{ 이므로 } b = 6 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a + b = 9 + 6 = 15 \text{ 이다.}$$

20. 다음 식이 성립하게 하는 A, B 의 값으로 옳은 것은?

$$(2ab^A)^3 \div 2a^Bb^2 = 4ab^4$$

① $A = 2, B = 1$

② $A = 2, B = 2$

③ $A = 4, B = 2$

④ $A = 4, B = 4$

⑤ $A = 6, B = 2$

해설

$$(2ab^A)^3 \div 2a^Bb^2 = 4ab^4, \quad 8a^3b^{3A} \div 2a^Bb^2 = 4ab^4 \text{ 이므로}$$

$$a^3 \div a^B = a \quad \therefore B = 2$$

$$b^{3A} \div b^2 = b^4$$

$$\therefore A = 2$$

21. $\frac{4^3 + 4^3}{3^2 + 3^2 + 3^2} \times \frac{9^2 + 9^2 + 9^2}{2^6 + 2^6}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$4^3 + 4^3 = 2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

$$3^2 + 3^2 + 3^2 = 3 \times 3^2 = 3^3$$

$$9^2 + 9^2 + 9^2 = 3^4 + 3^4 + 3^4 = 3 \times 3^4 = 3^5$$

$$2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

$$\therefore \frac{2^7}{3^3} \times \frac{3^5}{2^7} = 9$$

22. $2^5 \times 5^7 \times 7$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값은?

① 5

② 7

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$(2 \times 5)^5 \times 5^2 \times 7 = 175 \times 10^5$$

$$\therefore n = 8$$

23. $2^{16} \times 5^{20}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값은?

① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

해설

$2^{16} \times 5^{16} \times 5^4 = (2 \times 5)^{16} \times 5^4 = 625 \times 10^{16}$
따라서 19 자리의 자연수이다.

24. 다음 세 수의 크기를 비교하여 큰 순서대로 나열하여라.

$$2^{81}, 3^{63}, 5^{36}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3^{63}

▷ 정답 : 5^{36}

▷ 정답 : 2^{81}

해설

$81 = 3^4$, $63 = 3^2 \times 7$, $36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로
세 수의 최대공약수는 $3^2 = 9$ 이다.

따라서

$$2^{81}, 3^{63}, 5^{36}$$

$(2^9)^9$, $(3^7)^9$, $(5^4)^9$ 에서

$2^9 < 5^4 < 3^7$ 이므로 세 수의 크기는 $2^{81} < 5^{36} < 3^{63}$

$\therefore 3^{63}, 5^{36}, 2^{81}$

25. $3^{2000} \leq n^{2000} \leq A^{1000}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 모두 4 개일 때, A 의 최솟값을 구하여라. (단, A 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

각 항의 지수를 통일하면

$$3^{2000} \leq n^{2000} \leq A^{1000}$$

$$(3^2)^{1000} \leq (n^2)^{1000} \leq A^{1000}$$

따라서 $3^2 \leq n^2 \leq A$ 를 만족하는 자연수 n 의 값이 4 개이므로
순서대로 $n = 3, 4, 5, 6$ 이다.

$\therefore 6^2 \leq A < 7^2$ 에서 A 의 최솟값은 36

26. $27^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-6}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(3^3)^{x-2} = 3^{-x+6}$$

$$\text{지수 : } 3x - 6 = -x + 6, 4x = 12, x = 3$$

27. $4^{4x+2} = 8^{2x+4}$ 일 때, x 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$(2^2)^{4x+2} = (2^3)^{2x+4}$$

$$2^{8x+4} = 2^{6x+12}$$

$$8x + 4 = 6x + 12$$

$$\therefore x = 4$$

28. $a : b = 3 : 2$ 일 때, $\frac{3a^3b^3}{(-2a^2b)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$(\text{준식}) = \frac{3a^3b^3}{4a^4b^2} = \frac{3b}{4a}$$

$$b = \frac{2}{3}a$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{3b}{4a} = \frac{2a}{4a} = \frac{1}{2}$$

29. $-3x^2y \div (2xy^a)^2 \times \left(\frac{xy}{3}\right)^b = -\frac{x^2}{12y}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{준식}) &= -3x^2y \div 4x^2y^{2a} \times \frac{x^by^b}{3^b} \\
 &= -3^{1-b} \cdot 4^{-1}x^{2-2+b} \cdot y^{1-2a+b} \\
 &= -\frac{x^2}{12y} \\
 &= -4^{-1} \cdot 3^{-1}x^2y^{-1}
 \end{aligned}$$

$$\therefore 1 - b = -1$$

$$b = 2$$

$$1 - 2a + b = 1 - 2a + 2 = -1$$

$$a = 2$$

$$\therefore a + b = 4$$

30. $\square \div \{8x^2y \times (x^2y)^2\} = -2x^2y^4$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $-4x^6y^8$

② $-8x^8y^6$

③ $-16x^8y^7$

④ $-16x^6y^8$

⑤ $-4x^8y^7$

해설

$$\begin{aligned}\square &= -2x^2y^4 \times \{8x^2y \times (x^2y)^2\} \\ &= -2x^2y^4 \times 8x^2y \times x^4y^2 \\ &= -16x^8y^7\end{aligned}$$