

1. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 2×3^2 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

$$\begin{aligned} & a, b \text{ 의 공약수는 최대공약수 } 2 \times 3^2 = 18 \text{ 의 약수와 같으므로} \\ & (a, b \text{ 의 공약수의 개수}) \\ & = (18 \text{ 의 약수의 개수}) \\ & = (2 \times 3^2 \text{ 의 약수의 개수}) \\ & = (1 + 1) \times (2 + 1) \\ & = 6(\text{ 개}) \end{aligned}$$

2. 다음 중 350 의 약수가 아닌 것은?

① 2

② 2×5

③ 2×7

④ $2^2 \times 5^2$

⑤ $2 \times 5^2 \times 7$

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 ④ $2^2 \times 5^2$ 은 약수가 아니다.

3. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 3^3 \times 5$

④ $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$ 은 2^2 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

4. 40 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수를 작은 순으로 4 개를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 160

해설

$$40 = 2^3 \times 5$$

$$40 \times n = 2^3 \times 5 \times n = x^2 \text{ 에서}$$

$$n = 2 \times 5 \times k^2 \text{ 꼴이므로}$$

n 을 작은 순으로 4 개 써 보면

$$n = 2 \times 5 \times 1^2 = 10$$

$$n = 2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$n = 2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$$n = 2 \times 5 \times 4^2 = 160$$

$$\therefore 10, 40, 90, 160$$

5. 60 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 20

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

6. 다음 중 60 과 약수의 개수가 같은 것은?

① 5^8

② $2^2 \times 3^5$

③ $5^2 \times 11 \times 19$

④ $3^5 \times 5^2$

⑤ $3 \times 5 \times 7^3$

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)이다.

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $8 + 1 = 9$ (개)

② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

⑤ $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 16$ (개)

7. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

① $19^3 \times 31$

② 2×5^4

③ $3^2 \times 7 \times 11$

④ $3^2 \times 11^2 \times 13$

⑤ 19^9

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

② $(1 + 1) \times (4 + 1) = 10$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

⑤ $9 + 1 = 10$ (개)

8. $90 \times A = B^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

90 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 90} \\ 3 \overline{) 45} \\ 3 \overline{) 15} \\ \quad 5 \end{array}$$

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^2 \times 5 \times A = B^2$ 을 만족하는 A 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 2×5 이다.

9. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)

10. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 \square 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

11. 45와 75의 공약수의 개수는?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 8

해설

$$45 = 3^2 \times 5, 75 = 3 \times 5^2$$

45와 75의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$

공약수의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개)

12. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

① 1

② 5

③ 10

④ 15

⑤ 20

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

13. 다음에서 $2^4 \times 3^2$ 의 약수가 아닌 것은?

① 2^4

② $2^2 \times 3^2$

③ 2×3^2

④ 3^3

⑤ 1

해설

2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 이고

3^2 의 약수는 1, 3, 3^2 이므로

$2^4 \times 3^2$ 의 약수는 다음과 같다.

\times	1	2	2^2	2^3	2^4
1	1	1×2	1×2^2	1×2^3	1×2^4
3	3	3×2	3×2^2	3×2^3	3×2^4
3^2	3^2	$3^2 \times 2$	$3^2 \times 2^2$	$3^2 \times 2^3$	$3^2 \times 2^4$

14. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5

② 7

③ 15

④ 21

⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.