

1. $a(a+1) = 1$ 일 때, $\frac{a^4 - a^2}{a^6 - 1}$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$\begin{aligned} a(a+1) &= 1 \text{에서} \\ a^2 &= -a + 1 \\ a^4 &= (-a+1)^2 = a^2 - 2a + 1 \\ &= (-a+1) - 2a + 1 = -3a + 2 \\ a^6 &= a^4 \times a^2 = (-3a+2)(-a+1) \\ &= 3a^2 - 5a + 2 = 3(-a+1) - 5a + 2 \\ &= -8a + 5 \\ \therefore \frac{a^4 - a^2}{a^6 - 1} &= \frac{-3a + 2 - (-a + 1)}{-8a + 5 - 1} \\ &= \frac{-2a + 1}{-8a + 4} = \frac{-2a + 1}{4(-2a + 1)} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

2. 다항식 $f(x)$ 를 $x + \frac{1}{3}$ 으로 나누었을 때, 몫과 나머지를 $Q(x), R$ 라고 한다. 이 때, $f(x)$ 를 $3x + 1$ 으로 나눈 몫과 나머지를 구하면?

- ① $Q(x), R$ ② $3Q(x), 3R$ ③ $3Q(x), R$
④ $\frac{1}{3}Q(x), R$ ⑤ $\frac{1}{3}Q(x), \frac{1}{3}R$

해설

$$f(x) = Q(x) \left(x + \frac{1}{3} \right) + R = \frac{1}{3}Q(x)(3x + 1) + R$$

3. A 를 B 로 나눈 몫을 Q , 나머지를 R 라 하고, Q 를 B' 으로 나눈 몫은 Q' , 나머지는 R' 이라 한다. A 를 BB' 으로 나눈 나머지는? (단, 모든 문자는 자연수이다.)

- ① $R + R'B$ ② $R' + RB$ ③ RR'
④ R ⑤ R'

해설

주어진 조건을 식으로 나타내면

$$A = BQ + R \quad \dots \dots \textcircled{1}$$

$$Q = B'Q' + R' \quad \dots \dots \textcircled{2}$$

②을 ①에 대입하면

$$A = B(B'Q' + R') + R$$

$$= (BB')Q' + (R + R'B)$$

$R + R'B$ 가 A 를 BB' 로 나눈 나머지가 되기 위해서는 $R + R'B < BB'$ 이어야 한다.

그런데 $R \leq B - 1$, $R' \leq B' - 1$ 이므로

$$R + R'B \leq (B - 1) + (B' - 1)B$$

$$= BB' - 1 < BB'$$

따라서 A 를 BB' 으로 나눈 나머지는 $R + R'B$ 이다.

4. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x+1)(y+1)(z+1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\begin{aligned}(x+1)(y+1)(z+1) \\= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\= 7\end{aligned}$$