

1. x 가 11의 제곱근일 때, x 와 11의 관계식을 바르게 나타낸 것은?

① $11 = \sqrt{x}$

② $11^2 = x$

③ $x^2 = 11$

④ $11 = \pm \sqrt{x}$

⑤ $x = \sqrt{11}$

해설

x 는 제곱해서 11이 되는 수이므로 $x^2 = 11$ 이다.

$x = \pm \sqrt{11}$

2. 다음 보기에서 근호를 꼭 사용하여야만 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

보기

$$0, \sqrt{2}, \sqrt{1}, -\sqrt{0.02}, \sqrt{0.003}, \sqrt{\frac{121}{100}}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3개

해설

$0, \sqrt{1} = 1, \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10}$ 은 근호를 사용하지 않아도 간단한 유리수로 나타낼 수 있다.

3. $0 < a < 5$ 일 때, $\sqrt{a^2} + |5 - a| - \sqrt{(a - 6)^2}$ 을 간단히 하면?(단, $|x|$ 는 x 의 절댓값을 나타낸다.)

① $a - 1$

② $a + 1$

③ 3

④ $2a - 3$

⑤ $2a - 1$

해설

$$0 < a < 5 \text{ 에서 } a > 0, 5 - a > 0, a - 6 < 0$$

$$\sqrt{a^2} + |5 - a| - \sqrt{(a - 6)^2}$$

$$= |a| + |5 - a| - |a - 6|$$

$$= a + 5 - a + a - 6$$

$$= a - 1$$

4. $\sqrt{\frac{32}{3}}x$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 96

해설

$$\sqrt{\frac{32}{3}}x = \sqrt{\frac{2^4 \times 2}{3}}x \text{ 이므로 } x = 2 \times 3 \times k^2$$

$k = 4$ 일 때, $x = 96$

x 는 가장 큰 두 자리의 자연수이므로 96 이다.

5. $\sqrt{31-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 6$

해설

31 보다 작은 제곱수는 1, 4, 9, 16, 25

$$\sqrt{31-x} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore x = 6$$

6. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- | | |
|---|---|
| ㉠ $\sqrt{90} < 10$ | ㉡ $0.4 > \sqrt{0.4}$ |
| ㉢ $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$ | ㉣ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$ |
| ㉤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{5}}$ | ㉥ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$ |

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\sqrt{0.16} < \sqrt{0.4}$ 이므로 $0.4 < \sqrt{0.4}$ 이다.

㉣ $\sqrt{6} > \sqrt{5}$ 이므로 $-\sqrt{6} < -\sqrt{5}$ 이다.

7. 다음 중에서 순환하지 않는 무한소수로만으로 이루어진 것은?

① $\sqrt{21}$, $-\sqrt{7}$, $0.\dot{5}$

② $\sqrt{121}$, $\sqrt{5}-1$, $\sqrt{21}$

③ $-\sqrt{6}$, $\sqrt{3+2}$, $-\sqrt{1}$

④ $-\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{0.36}$, $\frac{\sqrt{4}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{3}$, $\sqrt{8.1}$, $\sqrt{4+3\sqrt{2}}$

해설

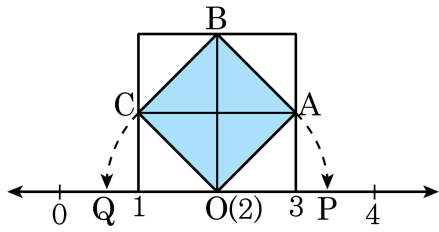
① $0.\dot{5} = \frac{5}{9}$ 는 유리수이다.

② $\sqrt{121} = 11$ 은 유리수이다.

③ $-\sqrt{1} = -1$ 은 유리수이다.

④ $\sqrt{0.36} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $\frac{\sqrt{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$ 은 유리수이다.

8. 다음 그림은 한 변의 길이가 2 인 정사각형의 각 변의 중점을 연결하여 $\square OABC$ 를 그린 것이다. $\overline{OA} = \overline{OP}$, $\overline{OC} = \overline{OQ}$ 일 때, 점 P, Q 의 좌표를 각각 a, b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 4$

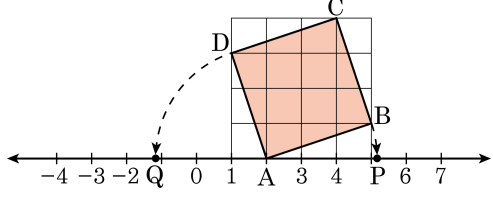
해설

$$(\square OABC \text{ 넓이}) = 2 \times 2 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \right) = 2$$

$$\therefore \overline{OC} = \overline{OA} = \sqrt{2}$$

$$\therefore P(2 + \sqrt{2}) , Q(2 - \sqrt{2}) \text{ 이므로 } a + b = 4 \text{ 이다.}$$

9. 다음 그림에서 수직선 위의 점 P 와 Q 사이의 거리를 구하면? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



- ① 6 ② 8 ③ $\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $3\sqrt{10}$

해설

□ABCD 의 넓이는 (큰 정사각형 넓이)-(삼각형 네 개의 넓이의 합)

□ABCD 의 넓이는 $16 - 4 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = 10$

∴ □ABCD 의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.

$\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{AD} = \overline{AQ} = \sqrt{10}$

점 P 는 2 보다 $\sqrt{10}$ 만큼 큰 수에 대응하는 점이다. $P(2 + \sqrt{10})$

점 Q 는 2 보다 $\sqrt{10}$ 만큼 작은 수에 대응하는 점이다. $Q(2 - \sqrt{10})$

∴ $\overline{PQ} = (2 + \sqrt{10}) - (2 - \sqrt{10}) = 2\sqrt{10}$

10. $A = 5\sqrt{2} - 2$, $B = 3\sqrt{2} + 1$, $C = 4\sqrt{3} - 2$ 일 때, 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $A > B > C$

② $A > C > B$

③ $B > A > C$

④ $B > C > A$

⑤ $C > A > B$

해설

$$A - B = 2\sqrt{2} - 3 < 0 \text{ 이므로 } A < B$$

$$A - C = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} > 0 \text{ 이므로 } A > C$$

$\therefore B > A > C$ 이다.

11. $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{5}$ 일 때, $\sqrt{4000}$ 을 a, b 를 이용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : a^5b^3

해설

$$\sqrt{4000} = \sqrt{2^5 \times 5^3} = (\sqrt{2})^5 \times (\sqrt{5})^3 = a^5b^3$$

12. $\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} = k\sqrt{3}$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = \frac{2}{3}$

해설

$$\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore k = \frac{2}{3}$$

13. 다음 표는 제곱근표의 일부분이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 그 값을 구할 수 없는 것은?

수	0	1	2	3
2.6	1.612	1.616	1.619	1.622
2.7	1.643	1.646	1.649	1.652
2.8	1.673	1.676	1.679	1.682
2.9	1.703	1.706	1.709	1.712

- ① $\sqrt{2.61}$

③ $\sqrt{283}$

⑤ $\sqrt{2.62} + \sqrt{2.70}$
- ② $\sqrt{27.2}$

④ $\sqrt{2.93}$

해설

- ① $\sqrt{2.61} = 1.616$
- ② $\sqrt{27.2} = \sqrt{2.72 \times \frac{1}{10}} \therefore$ 주어진 표를 이용하여 구할 수 없다.
- ③ $\sqrt{283} = \sqrt{2.83 \times 100} = 10 \sqrt{2.83} = 16.82$
- ④ $\sqrt{2.93} = 1.712$
- ⑤ $\sqrt{2.62} + \sqrt{2.70} = 1.619 + 1.643 = 3.262$

14. $1 < \sqrt{\frac{x}{2}} < \frac{5}{2}$ 를 만족시키는 정수 x 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 의 값을 구하여라. (단, $\sqrt{3} = 1.732$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5.196

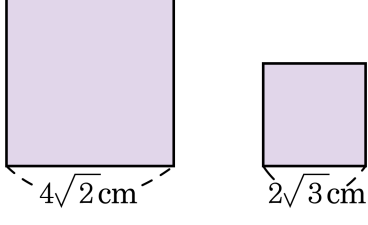
해설

$2 < x < \frac{25}{2}$ 에서 $a = 12$, $b = 3$ 이다.

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} = 1.732 \text{ 이므로 } 3\sqrt{3} = 5.196$$

15. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 각각 $4\sqrt{2}\text{cm}$, $2\sqrt{3}\text{cm}$ 인 색종이가 있다. 이것을 적당히 오려 붙여서 이것과 넓이가 같은 정사각형 모양으로 붙이려고 한다. 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{11}\text{cm}$

해설

넓이의 합은 $(4\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3})^2 = 32 + 12 = 44$ 이다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 할 때, $x^2 = 44$ 이므로 $x = 2\sqrt{11}\text{cm}$ 이다.

16. $a < 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-\sqrt{a^2} = -a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$

㉢ $\sqrt{(-2a)^2} = -2a$

㉣ $-\sqrt{25a^2} = 5a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 100a$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

$a < 0$ 이므로

㉠ $-\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 10\sqrt{(10a)^2}$
 $= 10 \times (-10a) = -100a$

17. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2$$

① -11

② 7

③ 10

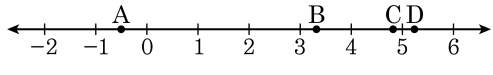
④ 13

⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2 \\ &= 15 - 6 + \sqrt{(3 \times 2^2)^2} - 5 - 3 \\ &= 9 + 12 - 8 = 13 \end{aligned}$$

18. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $4\sqrt{3}-2, 2\sqrt{5}-5, 10-3\sqrt{5}, \sqrt{27}$ 이다. 점 A에 대응하는 수를 a , 점 B에 대응하는 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?



- ① $3\sqrt{3}-3\sqrt{5}+10$ ② $4\sqrt{3}+2\sqrt{5}-7$
 ③ $3\sqrt{3}+2\sqrt{5}-5$ ④ $5-\sqrt{5}$
 ⑤ $\sqrt{3}-2$

해설

$$\begin{aligned}
 4\sqrt{3}-2 &= \sqrt{48}-2 \approx 4. \times \times \times : C \\
 2\sqrt{5}-5 &= \sqrt{20}-5 \approx -0. \times \times \times : A \\
 10-3\sqrt{5} &= 10-\sqrt{45} \approx 3. \times \times \times : B \\
 \sqrt{27} &\approx 5. \times \times \times : D \\
 a &= 2\sqrt{5}-5, b = 10-3\sqrt{5} \\
 \therefore a+b &= (2\sqrt{5}-5) + (10-3\sqrt{5}) = 5-\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

19. $x, y > 0$ 이고 $3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} = 126$, $2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} = 84$ 일 때, 상수 $\frac{1}{x} \times y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} &= \sqrt{9 \times 2x \times 3x \times 6} \\ &= \sqrt{18 \times 18 \times x^2} \\ &= 18x \end{aligned}$$

$$18x = 126$$

$$\therefore x = 7$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} &= \sqrt{2^2 \times 7 \times 2 \times 3 \times 3 \times y} \\ &= \sqrt{6^2 \times 14 \times y} \\ &= 6\sqrt{14y} \end{aligned}$$

$$6\sqrt{14y} = 84$$

$$\sqrt{14y} = 14, y = 14$$

$$\therefore \frac{1}{x} \times y = \frac{1}{7} \times 14 = 2$$

20. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \quad \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \quad \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$$

- ① $\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{3}$
- ③ 2
- ④ $\sqrt{5}$
- ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$

$$\therefore b = 15$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

21. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40} - 1$

② $\sqrt{40} + 1$

③ $\sqrt{41} - 1$

④ $\sqrt{41} + 1$

⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$$f(1) = \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2}$$

$$f(2) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f(3) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$$

$$f(39) = \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40}$$

$$f(40) = \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41}$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$$

$$= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39} +$$

$$\sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41}$$

22. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 보다 작거나 같은 자연수의 개수를 $N(x)$ 로 나타내면 $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(x) = 42$ 가 성립되는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 17$

해설

$$N(1) + \cdots + N(3) = 1 \times 3 = 3$$

$$N(4) + \cdots + N(8) = 2 \times 5 = 10$$

$$N(9) + \cdots + N(15) = 3 \times 7 = 21$$

$$N(16) + N(17) = 4 \times 2 = 8$$

$x = 17$ 일 때, 성립

23. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6 ② 4 ③ -4 ④ -6 ⑤ -10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\&= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\&= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\&= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$

24. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(75) - f(48)$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{2} - 1$

③ $\sqrt{2} - 3$

④ $\sqrt{3} - 1$

⑤ $\sqrt{3} - 2$

해설

$\sqrt{75} = 8.\dots$ 이므로 정수 부분은 8, 소수 부분은 $\sqrt{75} - 8 = 5\sqrt{3} - 8$ 이다.

$\sqrt{48} = 6.\dots$ 이므로 정수 부분은 6, 소수 부분은 $\sqrt{48} - 6 = 4\sqrt{3} - 6$ 이다.

$\therefore f(75) - f(48)$

$= (5\sqrt{3} - 8) - (4\sqrt{3} - 6) = \sqrt{3} - 2$ 이다.

25. $\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 의 개수가 2개일 때, 이 식을 성립하게 하는 정수 A 는 모두 몇 개인가?

- ① 8 개 ② 9 개 ③ 10 개 ④ 11 개 ⑤ 12 개

해설

$\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 가 2 개가 되려면 $4 < \sqrt{A} \leq 5$ 여야 하므로 $16 < A \leq 25$
 $A = 17, 18 \cdots 23, 24, 25$ 이므로 9 개이다.