1. 다음 식에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

$$-2ax^2y^2 + xy - 3$$

① 항이 모두 3개로 이루어진 식이다.

② x 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.

③ y 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.

④ x 에 관한 4차식이다.

⑤ xy 의 계수는 1이다.

해설

④ x 에 관한 2차식이다.

2. 다음 두 다항식 A, B에 대하여 $A-B$를 구하면?

$$A = 2y^2 + x^2 - 3xy,\ B = -4x^2 - 2xy + 5y^2$$

① $5x^2 - 2xy + 3y^2$
② $5x^2 - xy - 3y^2$
③ $5x^2 + xy + 3y^2$
④ $5x^2 + 2xy - 3y^2$
⑤ $5x^2 + 3xy + 3y^2$

해설

동류항끼리 계산해 준다.

$$\begin{aligned} A - B &= (2y^2 + x^2 - 3xy) - (-4x^2 - 2xy + 5y^2) \\ &= 5x^2 - xy - 3y^2 \end{aligned}$$

3. 다음 식을 계산했을 때, 몫은?

$$(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$$

① $4x^2 - 3x + 2$ ② $4x^2 - x - 2$ ③ $4x^2 - 2x + 1$
④ $-4x^2 - x - 2$ ⑤ $-4x^2 + x - 2$

해설

$\therefore$ 몫 : $4x^2 - x - 2$, 나머지 : $-5x + 3$

4. $(a-b+c)(a-b-c)$를 전개하면?

① $-a^2+b^2-c^2+2ca$
② $a^2-b^2+c^2+2ab$
③ $a^2+b^2+c^2+abc$
④ $a^2-b^2-c^2+2bc$
⑤ $a^2+b^2-c^2-2ab$

해설

$(a-b+c)(a-b-c)$
$=\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\}$
$=(a-b)^2-c^2$
$=a^2+b^2-c^2-2ab$

5. x 의 값에 관계없이 등식 $x^2 + 13x - 18 = a(x+2)(x-3) + bx(x+2) + cx(x-3)$ 이 항상 성립할 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 1　　② 3　　③ 6　　④ 9　　⑤ 12

해설

준식에
$x = 0$을 대입하면 $-18 = -6a$에서 $a = 3$
$x = 3$을 대입하면 $30 = 15b$에서 $b = 2$
$x = -2$을 대입하면 $-40 = 10c$에서 $c = -4$
$\therefore\ a + b + c = 3 + 2 + (-4) = 1$

6. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{3}$을 만족하는 모든 실수 x, y에 대하여 항상 $ax+by+5=0$이다. 이때 $a+b$의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{3}=t$라 하면

$x=2t-1,\ y=3t+1$

이것을 $ax+by+5=0$에 대입하면

$a(2t-1)+b(3t+1)+5=0$

$(2a+3b)t+(-a+b+5)=0$

이 식이 모든 실수 t에 대하여 성립해야 하므로

$2a+3b=0\cdots$①

$-a+b+5=0\cdots$②

①, ②를 연립하여 풀면

$a=3,\ b=-2\quad\therefore\ a+b=3+(-2)=1$

해설

$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}\Leftrightarrow AD=BC$성질 이용

$3x+3=2y-2$

$3x-2y+5=0$은 $ax+by+5=0$

$\therefore a=3,\ b=-2$

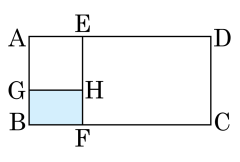
7. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

① $x^2 + 2x + 2$　② $x^2 + x + 2$　③ $x^2 - x + 2$
④ $x^2 - 2x + 2$　⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$A = B(2x + 1) - 6x + 2$ 에서
$B(2x + 1) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2$
$\therefore B = (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1)$
$= x^2 + 2x + 2$

8. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



① $a^2 - 2ab - b^2$
② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$
④ $-a^2 + 3ab - b^2$
⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$\square GBFH = \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD$
$= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2$
$= -a^2 + 3ab - 2b^2$

9. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x-y-1)^2 = x^2+y^2+1-2xy-2x-2y$

② $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4-2a^2b^2+b^4$

③ $(-x+3)^3 = x^3-9x^2+27x-27$

④ $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3-b^3$

⑤ $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16}-1$

해설

① $(x-y-1)^2 = x^2+y^2+1-2xy-2x+2y$
③ $(-x+3)^3 = -x^3+9x^2-27x+27$
④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$
⑤ $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8-1$

10. $(2x^3-3x^2+3x+4)(3x^4+2x^3-2x^2-7x+8)$을 전개한 식에서 x^3의 계수는?

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$2x^3\times 8-3x^2\times(-7x)+3x\times(-2x^2)+4\times 2x^3=39x^3$

11. $\dfrac{2x+1}{x^3-1} = \dfrac{a}{x-1} + \dfrac{bx+c}{x^2+x+1}$ 가 $x \neq 1$ 인 모두 실수 x에 대해 항상 성립 하도록 $a,\ b,\ c$를 구할 때, $a+b+c$의 값은?

① 2　　② -2　　③ 1　　④ -1　　⑤ 0

해설

우변의 분모를 통분하면

$$\frac{a(x^2+x+1)+(bx+c)(x-1)}{x^3-1}$$

$$= \frac{(a+b)x^2+(a-b+c)x+(a-c)}{x^3-1}$$

$$\therefore\ \frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{(a+b)x^2+(a-b+c)x+(a-c)}{x^3-1}$$

분자의 계수를 비교하면

$a+b=0,\ a-b+c=2,\ a-c=1$

세 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=-1,\ c=0$

$\therefore a+b+c=0$

12. 다항식 $x^3 + ax + b$가 다항식 $x^2 - x + 1$로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로
$x^2 = x - 1$을 대입하면
$ax + (b - 1) = 0$
이 등식이 x에 대한 항등식이므로,
$a = 0,\ b - 1 = 0$
$\therefore\ a = 0,\ b = 1$
$\therefore a + b = 1$

해설

$x^3 + ax + b$
$= (x^2 - x + 1)Q(x)$
$= (x^2 - x + 1)(x + b)$
$\therefore\ b = 1,\ a = 0$

13. x에 대한 다항식 $(4x^2-3x+1)^5$을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0　　② 16　　③ 32　　④ 64　　⑤ 1024

해설

$(4x^2-3x+1)^5$을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면
$(4x^2-3x+1)^5 = a_0x^{10}+a_1x^9+a_2x^8+\cdots+a_9x+a_{10}$과 같이 된다.
여기서 모든 계수들의 합
$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$을 구하려면
$x=1$을 대입하면 된다.
즉, $(4-3+1)^5 = a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$
모든 계수들의 합은 $2^5=32$

14. x^3-2x^2+a 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=45$

해설

$f(-3)=(-3)^3-2(-3)^2+a=a-45=0$

$\therefore\ a=45$

15. 다항식 ax^3+bx^2-4 가 x^2+x-2로 나누어 떨어지도록 a, b를 정할 때, a와 b의 곱을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$ax^3+bx^2-4=(x^2+x-2)Q(x)$
$=(x-1)(x+2)Q(x)$
양변에 $x=1, x=-2$ 를 각각 대입하면
$a+b-4=0,\ -8a+4b-4=0$
두 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=3$
$\therefore\ ab=3$

해설

$ax^3+bx^2-4=(x^2+x-2)(ax+2)$
우변을 전개하여 계수를 비교하면
$a=1,\ b=3\ \therefore\ ab=3$

16. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$일 때, $2A + B$를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) && \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b && \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b && \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) && \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b && \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

17. $(10^5+2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 26 ⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$10^{15}+2^3+3\times2\times10^5(10^5+2)$

$=10^{15}+2^3+6\times10^{10}+12\times10^5$

$=10^{15}+10^{10}\times6+10^5\times12+8$

$\therefore\ 1+6+1+2+8=18$

18. 다음 중에서 겉넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이는?

① $\sqrt{11}$　　② $\sqrt{12}$

③ $\sqrt{13}$　　④ $\sqrt{14}$

⑤ 유일하지 않다.

해설

겉넓이 : $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 : $4x + 4y + 4z = 24$

대각선 : $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$　　$\therefore\ d = \sqrt{14}$

$= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$

$= 6^2 - 22 = 14$

19. $x^2 - x + 1 = 0$일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$을 곱하면,

$(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$

$x^3 + 1 = 0$, $x^3 = -1$에서 $x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$

$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \cdots\cdots$ ①

$x^2 - x + 1 = 0$를 x로 나누어 정리한다.

$x + \frac{1}{x} = 1$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$

① 에 대입하면, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$

20. x에 관계없이 $\dfrac{x-a}{2x-b}$가 항상 일정한 값을 가질 때, 상수 a, b에 대하여 $\dfrac{b}{a}$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\dfrac{x-a}{2x-b} = k$라 놓으면,

$(2k-1)x + (a-bk) = 0$

$\therefore\ 2k-1=0,\ a=bk$이므로

$k = \dfrac{1}{2},\ a = \dfrac{1}{2}b$이다.

$\therefore \dfrac{b}{a} = 2$

21. 등식 $(2k+1)y-(k+3)x+10=0$ 이 k의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y 에 대하여 $x+y$의 값은?

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

(준식)$=(y-3x+10)+(2y-x)k=0$

$\therefore 2y=x, y-3x=-10$

$\therefore x=4, y=2$

$\therefore x+y=6$

22. x에 대한 삼차식 x^3+ax^2+bx+3이 x^2+1로 나누어떨어질 때, 상수 $a,\ b$의 값을 정하면?

① $a=-1,\ b=3$　　② $a=1,\ b=3$

③ $a=3,\ b=-1$　　④ $a=-3,\ b=-1$

⑤ $a=3,\ b=1$

해설

$$\begin{aligned} x^3+ax^2+bx+3 &= (x^2+1)(x+c) \\ &= x^3+cx^2+x+c \end{aligned}$$

$\therefore\ a=c,\ b=1,\ c=3$

$\therefore\ a=3,\ b=1$

23. 임의의 실수 x 대하여 $(1+2x-x^2)^{10} = a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots\cdots+a_{20}x^{20}$ 이 항상 성립할 때, $2a_0 + a_1 + a_2 + \cdots\cdots + a_{20}$ 의 값은?

① 1023 ② 1024 ③ 1025 ④ 2046 ⑤ 2050

해설

$x = 0$ 대입, $a_0 = 1$

$x = 1$ 대입, $2^{10} = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}$

$2a_0 + a_1 + a_2 + \cdots\cdots + a_{20} = 1 + 1024 = 1025$

24. 다항식 $f(x) = x^3 - 3x^2 + kx - 6$이 일차식 $x - 2$로 나누어떨어질 때, $f(x)$를 $x - 1$로 나눈 나머지는?

① -3　② -1　③ 2　④ 4　⑤ 5

해설

$f(x) = (x-2)\,Q(x)$

즉, $f(2) = 8 - 12 + 2k - 6 = 0$

$\therefore\ k = 5$

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 6$

$\therefore\ f(1) = -3$

25. 다항식 $f(x)$에 대하여, $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = 1$일 때, $f(x)$를 $(2x-1)(3x-1)$로 나눈 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12x-3$

해설

구하는 나머지를 $ax+b$라 하면

$f(x) = (2x-1)(3x-1)Q(x) + ax + b$

$x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{3}$을 각각 양변에 대입하면

$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}a + b = 3$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}a + b = 1$

두 식을 연립하여 풀면 $\frac{1}{6}a = 2 \Rightarrow a = 12, b = -3$

$\therefore$구하는 나머지는 $12x-3$

26. 다항식 $f(x)$를 x^2-x로 나누면 3이 남고 x^2+x-6로 나누면 $x-1$이 남을 때, $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눌 때의 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(1)$의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ -2　　⑤ -3

해설

$f(x)=x(x-1)Q_1(x)+3$
$f(x)=(x-2)(x+3)Q_2(x)+x-1$
$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$
$f(1)=3,\ f(2)=1$ 이므로
$a+b=3,\ 2a+b=1$
연립하여 풀면, $a=-2,\ b=5$
$\therefore$(구하는 나머지)$R(x)=-2x+5$
$\therefore\ R(1)=3$

27. x^5+x+1을 $x+1$로 나눈 몫을 $Q(x)$라고 할 때, $Q(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^5+x+1=(x+1)Q(x)+R$

$x=-1$을 양변에 대입하면 $R=-1$

$\therefore\ x^5+x+1=(x+1)Q(x)-1\cdots$ ㉠

$Q(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는 $Q(1)$

㉠에 $x=1$을 대입하면 $3=2Q(1)-1$

$\therefore\ Q(1)=2$

28. 다항식 $f(x)$를 일차식 $ax+b(a \neq 0)$으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라 할 때,
$xf(x)$를 $ax+b$로 나눈 나머지를 구하면?

① R ② aR ③ bR ④ $-\frac{b}{a}R$ ⑤ $\frac{R}{a}$

해설

$f(x)=(ax+b)Q(x)+R \quad \therefore \ R=f(-\frac{b}{a})$

$g(x)=xf(x)$를 $ax+b$로 나눈 나머지는

$g(-\frac{b}{a})=-\frac{b}{a}f(-\frac{b}{a})=-\frac{b}{a}R$

29. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+1를 $x+1$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

$$\begin{array}{c|cccc} k & 1 & a & b & 1 \\ & & c & d & 1 \\ \hline & 1 & 3 & -1 & \boxed{2} \end{array}$$

① $a=3$　　② $b=2$　　③ $c=-1$

④ $d=-3$　　⑤ $k=-1$

해설

다항식 x^3+ax^2+bx+1를 $x+1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{c|cccc} -1 & 1 & a & b & 1 \\ & & -1 & -a+1 & -b+a-1 \\ \hline & 1 & a-1 & b-a+1 & \boxed{-b+a} \end{array}$$

이때 $k=-1$, $c=-1$, $d=-a+1$, $b-a+1=-1$, $-b+a=2$ 이므로

$k=-1$, $c=-1$, $a=4$, $b=2$, $d=-3$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

30. x 에 대한 항등식 $x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 를 만족하는 상수 a, b, c, d 의 곱 $abcd$ 의 값은?

① -2　　② 0　　③ 5　　④ 10　　⑤ 18

해설

$a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$
$= (x+1)[(x+1)\{a(x+1)+b\}+c]+d$ 임을 이용하여 조립제법을 사용하면

$$
\begin{array}{r|rrrrl}
-1 & 1 & 0 & 0 & -1 & \\
 & & -1 & 1 & -1 & \\
\hline
-1 & 1 & -1 & 1 & \boxed{-2} & \leftarrow \mathrm{d} \\
 & & -1 & 2 & & \\
\hline
-1 & 1 & -2 & \boxed{3} & \leftarrow & \mathrm{c} \\
 & & -1 & & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{-3} & \leftarrow \mathrm{b} & & \\
 & \uparrow & & & & \\
 & \mathrm{a} & & & &
\end{array}
$$

$\therefore\ abcd = 1 \times (-3) \times 3 \times (-2) = 18$