

1. 다항식 $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식 $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이 $ax + b$ 이고, 나머지가 $cx + d$ 이었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

$$\text{에서 } a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

2. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 7$ 을 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + ax + 7$$

$$f(x) = (x + 2)Q(x) + 5$$

$$\therefore f(-2) = 5$$

$$f(-2) = 16 - 12 - 2a + 7 = 5$$

$$\therefore a = 3$$

3. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$
 $\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
 $\therefore x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
 $\therefore x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

4. 200 원짜리 자두와 500 원짜리 복숭아를 합하여 9 개를 사는데, 그 값이 2800 원 이상 3600 원 이하가 되게 하려고 한다. 복숭아는 최대 몇 개까지 살 수 있는가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

자두의 개수 : $(9 - x)$ 개, 복숭아의 개수 : x 개

$$2800 \leq 200(9 - x) + 500x \leq 3600$$

$$\begin{cases} 2800 \leq 200(9 - x) + 500x \\ 200(9 - x) + 500x \leq 3600 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{10}{3} \leq x \leq 6$$

따라서 살 수 있는 복숭아의 최대 개수는 6 개이다.

5. 두 점 A(-3, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P의 좌표는?

① (-3, 0)

② (1, 0)

③ (2, 0)

④ (-1, 0)

⑤ (5, 0)

해설

x 축 위의 점을 P(x , 0)라 하면

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 에서 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 이므로

$$(x+3)^2 + (0-2)^2 = (x-4)^2 + (0-5)^2$$

$$14x = 28$$

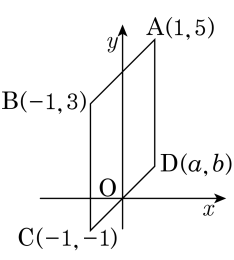
따라서 $x = 2$ 즉, P(2, 0)

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 네 꼭짓점의 좌표가 각각 A(1, 5), B(-1, 3), C(-1, -1), D(a, b) 일 때, 상수 a , b 의 곱 ab 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

평행사변형의 성질에 의해 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 두 선분 AC 와 BD 의 중점은 일치한다.
 $\therefore, \left(\frac{1 + (-1)}{2}, \frac{5 + (-1)}{2} \right) = \left(\frac{-1 + a}{2}, \frac{3 + b}{2} \right)$
 $\therefore a = 1, b = 1$
 $\therefore ab = 1$



7. 세 직선 $2x - y - 4 = 0$, $x - 2y - 2 = 0$, $y = ax + 2$ 가 오직 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

세 직선이 한 점에서 만나려면 두 직선의 교점을 나머지 한 직선이 지나야 한다.

$$2x - y - 4 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$x - 2y - 2 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$y = ax + 2 \cdots \textcircled{3}$ 이라 할 때,

①, ②의 교점이 ③위에 있으면, 한 점에서 만나므로

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{를 연립하여 풀면 } x = 2, y = 0$$

두 직선의 교점 (2, 0) 이 직선 $y = ax + 2$ 를 지나면 한 점에서 만나므로

$$0 = 2a + 2, 2a = -2$$

$$\therefore a = -1$$

8. 이차방정식 $x^2 - ay^2 - 4x + 2y + k = 0$ 이 원을 나타낼 때 두 괄호에 들어갈 알맞은 값의 합을 구하여라.

$a = (\quad \quad \quad), k < (\quad \quad \quad)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

원의 방정식이 되기 위해서는 x^2 의 계수와 y^2 의 계수가 같아야 하므로 $a = -1$
또한, 준식을 표준형으로 나타내면,
 $x^2 - 4x + y^2 + 2y + k = 0$ 에서
 $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5 - k$
여기서, $5 - k > 0$ 이어야 하므로 $k < 5$

9. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는 6이고, $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지는 $6x+1$ 이다. 이때, $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

① $6x+7$

② $-6x+5$

③ $7x+7$

④ $7x-1$

⑤ $8x+13$

해설

$$f(1) = 6, f(x) = (x-2)^2 q(x) + 6x + 1$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \text{ 에서}$$

$$f(1) = a + b = 6, f(2) = 2a + b = 13$$

$$\therefore a = 7, b = -1$$

따라서 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는 $7x-1$ 이다.

10. 사차식 $x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3y$

② $x - 2y$

③ $x - y$

④ $x + y$

⑤ $x + 3y$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4 &= (x^2 - 9y^2)(x^2 - y^2) \\&= (x - 3y)(x + 3y)(x - y)(x + y)\end{aligned}$$

11. 포물선 $y = -x^2 + 4x - 4$ 가 항상 직선 $y = ax$ 의 아래쪽에 있을 때, 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 이다. 이 때, 상수 α, β 의 합 $\alpha + \beta$ 의 값은?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$-x^2 + 4x - 4 < ax$ 에서 $x^2 + (a - 4)x + 4 > 0$
이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 성립하므로
이차방정식 $x^2 + (a - 4)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = (a - 4)^2 - 16 < 0$
 $a^2 - 8a < 0, a(a - 8) < 0$
 $\therefore 0 < a < 8$
따라서, $\alpha = 0, \beta = 8$ 이므로 $\alpha + \beta = 8$

12. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 + (k+2)x + 2k+1 > 0$ 이 성립하도록 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $-1 < k < 2$

② $0 < k < 4$

③ $1 < k < 2$

④ $1 < k < 4$

⑤ $-1 < k < 4$

해설

판별식 D 가 $D < 0$ 이어야 하므로

$$D = (k+2)^2 - 4(2k+1) < 0, k^2 - 4k < 0,$$

$$k(k-4) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 4$$

13. 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 1$ 의 그래프가 직선 $y = 2x - a$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 있도록 하는 상수 a 의 범위를 구하면?

① $a > 0$

② $-\frac{1}{4} < a < 0$

③ $-\frac{1}{4} < a < \frac{3}{4}$

④ $-\frac{3}{4} < a < \frac{1}{4}$

⑤ $-\frac{3}{4} < a < 0$

해설

$$\begin{cases} y = x^2 - 4ax + 1 \\ y = 2x - a \end{cases}$$

근이 존재하지 않아야 하므로

$$2x - a = x^2 - 4ax + 1$$

$$x^2 + (-4a - 2)x + (a + 1) = 0$$

$$D < 0 : (2a + 1)^2 - (a + 1) < 0$$

$$4a^2 + 3a = a(4a + 3) < 0$$

$$\therefore -\frac{3}{4} < a < 0$$

14. 이차함수 $y = x^2 + x + 1$ 의 그래프가 함수 $y = kx^2 + kx - 1$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 존재하도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-5 \leq k < 1$ ② $-2 < k \leq 3$ ③ $-7 < k \leq 1$
④ $1 < k \leq 5$ ⑤ $1 \leq k < 7$

해설

$x^2 + x + 1 > kx^2 + kx - 1$ 에서

$(k - 1)x^2 + (k - 1)x - 2 < 0$

(i) $k - 1 = 0$, 즉 $k = 1$ 일 때

$-2 < 0$ 이므로 부등식은 항상 성립한다.

(ii) $k - 1 \neq 0$, 즉 $k \neq 1$ 일 때

주어진 부등식이 항상 성립하려면 $k - 1 < 0$

$\therefore k < 1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

한편, 이차방정식 $(k - 1)x^2 + (k - 1)x - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$D = (k - 1)^2 + 8(k - 1) < 0$ 에서

$(k + 7)(k - 1) < 0$

$\therefore -7 < k < 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

①, ②의 공통범위를 구하면 $-7 < k < 1$

(i), (ii) 에서 $-7 < k \leq 1$

15. 두 직선 $ax+y=-3$, $2x+(a-1)y=6$ 이 평행할 때의 a 값을 α , 일치할 때의 a 값을 β 라 할 때, $2\alpha+\beta$ 의 값은?

① -3 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 6

해설

두 직선이 평행하려면 기울기는 같고 y절편이 다르다.

$$\Rightarrow y = -ax - 3, \quad y = -\frac{2}{a-1}x + \frac{6}{a-1}$$

$$\Rightarrow a = \frac{2}{a-1}, \quad a = 2, -1 \quad \therefore a = 2$$

두 직선이 일치하려면 기울기, y절편이 같다.

$$\therefore a = -1$$

$$\Rightarrow 2\alpha + \beta = 4 - 1 = 3$$

16. 포물선 $y = x^2 + 3$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하여 꼭짓점의 좌표가 $(3, 7)$ 인 포물선을 얻을 수 있다. 이때, $b - a$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

포물선 $y = x^2 + 3$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
 $y - b = (x - a)^2 + 3$
 $\therefore y = (x - a)^2 + b + 3$
이때, 꼭짓점의 좌표는 $(a, b + 3)$ 이므로
 $a = 3, b + 3 = 7 \quad \therefore b = 4$
 $\therefore b - a = 4 - 3 = 1$

17. 점 A(1, 2)를 직선 $4x - 2y - 5 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B라 할 때, 선분 AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5}$

해설

점 A(1, 2)를 직선 $4x - 2y - 5 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B(a , b)라 하면,

$\overline{AB}$ 의 중점 $\left(\frac{1+a}{2}, \frac{2+b}{2}\right)$ 가

직선 $4x - 2y - 5 = 0$ 위에 있으므로

$$4 \cdot \frac{1+a}{2} - 2 \cdot \frac{2+b}{2} - 5 = 0$$

$$\therefore 2a - b = 5 \cdots \textcircled{1}$$

또한, 직선 AB와 직선 $4x - 2y - 5 = 0$ 이

$$\text{수직이므로 } \frac{b-2}{a-1} \times 2 = -1$$

$$\therefore a + 2b = 5 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = 3$, $b = 1$

$$\therefore B(3, 1)$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(3-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{5}$$

18. 태은이네 가게에서 판매하고 있는 상품의 1개당 판매가격을 원래의 가격보다 $x\%$ 올리면 이 상품의 판매량은 $\frac{2}{3}x\%$ 감소한다고 한다. 이 때, 판매 금액이 최대가 되게 하는 x 의 값은?
- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

원래의 상품1개당 판매 가격을 a 원, 판매량을 b 개라 하자.
가격을 $x\%$ 올리면 상품 1개당 판매 가격이 $a\left(1+\frac{x}{100}\right)$ 원, 판매량이 $b\left(1-\frac{2x}{300}\right)$ 개이므로
판매 금액은

$$\begin{aligned} &ab\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{2x}{300}\right) \\ &=ab\cdot\frac{100+x}{100}\cdot\frac{300-2x}{300} \\ &=\frac{ab}{30000}(100+x)(300-2x) \\ &=\frac{ab}{30000}(-2x^2+100x+30000) \\ &=\frac{ab}{30000}\{-2(x-25)^2+31250\} \end{aligned}$$

따라서 $x=25(\%)$ 일 때 판매 금액은 최대가 된다.

19. 연립방정식 $\begin{cases} xy + x + y = 5 \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \end{cases}$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x + y = u, xy = v$ 라 하면
$$\begin{cases} u + v = 5 & \cdots \textcircled{㉠} \\ u^2 - v = 7 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$
 $\textcircled{㉠}$ 을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면
 $u^2 - (5 - u) = 7$
 $u^2 + u - 12 = 0$
 $(u + 4)(u - 3) = 0$
 $\therefore u = -4$ 또는 $u = 3$

(i) $u = -4, v = 9$, 즉 $x + y = -4, xy = 9$ 일 때, x, y 는 $t^2 + 4t + 9 = 0$ 의 두 근이므로 $t = -2 \pm \sqrt{5}i$
따라서, $x = -2 \pm \sqrt{5}i, y = -2 \mp \sqrt{5}i$ 이므로 (복부호 동순)
 $(-2 + \sqrt{5}i, -2 - \sqrt{5}i), (-2 - \sqrt{5}i, -2 + \sqrt{5}i)$
(ii) $u = 3, v = 2$, 즉 $x + y = 3, xy = 2$ 일때, x, y 는 $t^2 - 3t + 2 = 0$ 의 두 근이므로
 $(t - 1)(t - 2) = 0$
 $\therefore t = 1$ 또는 $t = 2$
따라서, $x = 1, y = 2$ 또는 $x = 2, y = 1$ 이므로
 $(1, 2), (2, 1)$
(i), (ii)에서 구하는 순서쌍의 개수는 4개이다

20. 연립부등식 $A : 5(x+2) \leq 26+x$, $B : 1-x < 3(2x+1)$, $C : 3x-5 < -(x+1)$ 에 대하여 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{7} < x < 1$

해설

$$A : 5(x+2) \leq 26+x \Rightarrow x \leq 4$$

$$B : 1-x < 3(2x+1) \Rightarrow x > -\frac{2}{7}$$

$$C : 3x-5 < -(x+1) \Rightarrow x < 1$$

$$\therefore -\frac{2}{7} < x < 1$$

21. 직선 $x + y = 1$ 은 두 점, A(-2, 0), B(0, 7)을 잇는 선분 AB를 어떤 비로 내분하는가?

① 3 : 2 ② 2 : 3 ③ 1 : 1 ④ 2 : 1 ⑤ 1 : 2

해설

선분 AB를 $m : n$ 으로 내분하는 점을 P 라 하면,

점 P 의 좌표는

$$\left(\frac{m \cdot 0 + n \cdot (-2)}{m + n}, \frac{m \cdot 7 + n \cdot 0}{m + n} \right) = \left(\frac{-2n}{m + n}, \frac{7m}{m + n} \right)$$

그런데, 점 P 는 직선 $x + y = 1$ 위의 점이므로 대입하면,

$$\frac{-2n}{m + n} + \frac{7m}{m + n} = 1, -2n + 7m = m + n, 2m = n$$

$$\therefore m : n = 1 : 2$$

22. 두 점 A (1,3), B (4,1) 과 x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 A (1,3) 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면
A' (1,-3)
이 때, 다음 그림에서
 $\overline{AP} = \overline{A'P}$
또, $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$ 이므로
 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은
 $\overline{A'B} = \sqrt{(4-1)^2 + \{1-(-3)\}^2} = 5$

23. $\sqrt{\frac{b+1}{a-1}} = -\frac{\sqrt{b+1}}{\sqrt{a-1}}$ 을 만족하는 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{(b-a+2)^2} + \sqrt{(2-a)^2} + \sqrt{(2+b)^2} = 0$ 을 만족하는 점의 자취 $p(a, b)$ 의 기울기를 구하면?

- ① 1 ② -1 ③ 2 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$\sqrt{\frac{b+1}{a-1}} = -\frac{\sqrt{b+1}}{\sqrt{a-1}} \text{ 에서}$$

$$a-1 < 0, b+1 \geq 0 \therefore b \geq -1, a < 1$$

$$\therefore b-a+2 = b+1-(a-1) > 0$$

$$a-2 < 0, 2-a > 0$$

$$2+b > 0$$

$$\therefore (\text{준식}) = (b-a+2) + (2-a) + (b+2) \\ = 2b-2a+6$$

$$\therefore 2b-2a+6=0 \text{에서 } b=a-3$$

$$\therefore \text{기울기는 } 1$$

24. $\frac{2x-3}{4}$ 의 절대값이 2보다 크고 6보다 작을 때, 만족하는 정수 x 의 모든 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$(1) 2 < \frac{2x-3}{4} < 6 \text{ 일 때,}$$

$$8 < 2x-3 < 24,$$

$$11 < 2x < 27,$$

$$\frac{11}{2} < x < \frac{27}{2}$$

$$\therefore x = 6, 7, 8, \dots, 13$$

$$(2) -6 < \frac{2x-3}{4} < -2 \text{ 일 때,}$$

$$-24 < 2x-3 < -8,$$

$$-21 < 2x < -5,$$

$$-\frac{21}{2} < x < -\frac{5}{2}$$

$$\therefore x = -10, -9, -8, \dots, -3$$

따라서 x 의 값의 합은 24이다.

25. 부등식 $\frac{1}{3} \leq \frac{x^2 - ax + a^2}{x^2 + x + 1} \leq 3$ 이 x 의 값에 관계없이 성립하기 위한 실수 a 의 값의 범위를 D 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\{a \mid -1 < a < 1\} \subset D$
- ② $\{a \mid a = -1, 1\} \subset D$
- ③ $\left\{a \mid -\frac{3}{5} \leq a \leq 1\right\} \subset D$
- ④ $\left\{a \mid a \leq -\frac{3}{5}\right\} \subset D$
- ⑤ $\{a \mid a > 1\} \subset D$

해설

$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ 이므로
 $3(x^2 + x + 1)$ 을 주어진 부등식에 곱하면
 $x^2 + x + 1 \leq 3(x^2 - ax + a^2) \leq 9(x^2 + x + 1)$
정리하면, $2x^2 - (3a + 1)x + 3a^2 - 1 \geq 0 \cdots \cdots \textcircled{\tiny \text{㉠}}$
 $2x^2 + (a + 3)x + 3 - a^2 \geq 0 \cdots \cdots \textcircled{\tiny \text{㉡}}$
모든 x 에 대하여 $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ 이 성립하려면
 $D = (3a + 1)^2 - 8(3a^2 - 1) \leq 0,$
 $(5a + 3)(a - 1) \geq 0$
 $\therefore a \leq -\frac{3}{5}, a \geq 1 \cdots \cdots \textcircled{\tiny \text{㉢}}$
모든 x 에 대하여 $\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ 이 성립하려면
 $D = (a + 3)^2 - 8(3 - a^2) \leq 0,$
 $(3a + 5)(a - 1) \leq 0$
 $\therefore -\frac{5}{3} \leq a \leq 1 \cdots \cdots \textcircled{\tiny \text{㉣}}$
 $\textcircled{\tiny \text{㉢}}, \textcircled{\tiny \text{㉣}}$ 의 공통범위를 구하면
 $-\frac{5}{3} \leq a \leq -\frac{3}{5}, a = 1$