1. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 순환소수는 유리수이다.

② 유한소수는 유리수이다.

③ 무한소수는 무리수이다.

④ 원주율과 $\sqrt{1000}$ 은 무리수이다.

⑤ 무리수는 실수이다.

해설

③ 순환하는 무한소수는 유리수이다.

2. 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{2} \times \sqrt{32} = 8$	㉡ $2\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{3}$
㉢ $7\sqrt{2} \times \left(-\sqrt{2}\right) = -14$	㉣ $3\sqrt{10} \times 4\sqrt{\frac{2}{5}} = 24$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉠,㉢,㉣

해설

㉡ $2\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{3 \times 2} = 2\sqrt{6}$

3. 다음 중 그 값이 가장 작은 것을 a, 절댓값이 가장 큰 것을 b 라고 할 때, a, b 를 올바르게 구한 것은?

㉠ $\sqrt{24} \div \sqrt{6}$	㉡ $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}}$
㉢ $-\sqrt{21} \div \sqrt{3}$	㉣ $(-\sqrt{6}) \div (-\sqrt{2})$
㉤ $8 \div \sqrt{32}$	

① $a : 8 \div \sqrt{32}$, $b : \dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}}$

② $a : \dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}}$, $b : -\sqrt{6} \div -\sqrt{2}$

③ $a : \sqrt{24} \div \sqrt{6}$, $b : -\sqrt{21} \div \sqrt{3}$

④ $a : -\sqrt{21} \div \sqrt{3}$, $b : -\sqrt{21} \div \sqrt{3}$

⑤ $a : \sqrt{24} \div \sqrt{6}$, $b : -\sqrt{6} \div -\sqrt{2}$

해설

㉠ $\sqrt{24} \div \sqrt{6} = \sqrt{4}$

㉡ $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}} = \sqrt{2}$

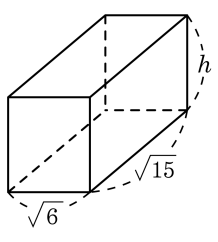
㉢ $-\sqrt{21} \div \sqrt{3} = -\sqrt{7}$

㉣ $-\sqrt{6} \div -\sqrt{2} = \sqrt{3}$

㉤ $8 \div \sqrt{32} = \sqrt{2}$

따라서 가장 작은 값은 $a : -\sqrt{21} \div \sqrt{3}$, 절댓값이 가장 큰 값은 $b : -\sqrt{21} \div \sqrt{3}$

4. 다음 그림과 같이 부피가 $12\sqrt{5}$ 인 직육면체의 가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{6}$, $\sqrt{15}$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{15}$
④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

해설

높이를 h라 하면 $\sqrt{6}\times\sqrt{15}\times h = 12\sqrt{5}$

$$\therefore\ h = \frac{12\sqrt{5}}{\sqrt{6}\times\sqrt{15}}$$

$$= 12\times\sqrt{\frac{5}{6\times 15}} = \frac{12}{\sqrt{18}}$$

$$= \frac{12}{3\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

5. $\sqrt{82^2-80^2}$ 을 인수분해 공식을 이용하여 계산하면?

① 18 ② $2\sqrt{41}$ ③ $2\sqrt{43}$ ④ $3\sqrt{43}$ ⑤ $2\sqrt{47}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{82^2-80^2} &= \sqrt{(82+80)(82-80)} \\ &= \sqrt{162\times 2} = 18\end{aligned}$$

6. $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 일 때, 인수분해 공식을 이용하여 x^2-y^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $4\sqrt{6}$

해설

$x+y=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)=2\sqrt{3}$,

$x-y=(\sqrt{3}+\sqrt{2})-(\sqrt{3}-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

$\therefore x^2-y^2=(x+y)(x-y)=2\sqrt{3}\times 2\sqrt{2}=4\sqrt{6}$

7. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

> ㉠ 0 의 제곱근은 0 뿐이다.
>
> ㉡ 음수의 제곱근은 1 개이다.
>
> ㉢ 제곱근은 항상 무리수이다.
>
> ㉣ $\sqrt{(-81)^2}$ 의 제곱근은 ± 9 이다.
>
> ㉤ $-\sqrt{a}$ 는 $-a$ 의 음의 제곱근이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ 음수의 제곱근은 없다.
㉢ 제곱근은 무리수일 수도 있고 유리수일 수도 있다.
㉤ $-\sqrt{a}$ 는 a 의 음의 제곱근이다.

8. $\frac{10^{12}}{20^6} = \sqrt{25^a}$, $\sqrt{\frac{3^{12}}{3^4}} = 3^b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$\frac{10^{12}}{20^6} = \frac{10^{12}}{2^6 \times 10^6} = \frac{10^6}{2^6} = 5^6 = \sqrt{25^6}$, $a = 6$

$\sqrt{\frac{3^{12}}{3^4}} = \sqrt{3^8} = 3^4$, $b = 4$

$\therefore a+b = 10$

9. 두 실수 a, b 에 대하여 $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - |b| + \sqrt{(a-b)^2}$ 을 간단히 하면?

① 0 ② $2a$ ③ $2b$

④ $a - b$ ⑤ $2a - 2b$

해설

$a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$

$a > 0,\ b < 0$ 이므로 $\sqrt{(a-b)^2} = a - b$

$\therefore$ (준식) $= a + b + a - b = 2a$

10. $\sqrt{31-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 6$

해설

31 보다 작은 제곱수는 $1, 4, 9, 16, 25$

$\sqrt{31-x} = \sqrt{25} = 5$

$\therefore x = 6$

11. $5 < \sqrt{4n} < 6$ 을 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$5 < \sqrt{4n} < 6 \rightarrow \sqrt{25} < \sqrt{4n} < \sqrt{36}$

$\frac{25}{4} < n < 9 \therefore n = 7,\ 8$

12. 다음 중 무리수는 모두 몇 개인가?

$\sqrt{121}$, $\frac{\sqrt{12}}{2}$, $-\frac{\pi}{2}$, $\sqrt{0.04}$, $\sqrt{3}-2$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\sqrt{121}=11$, $\sqrt{0.04}=0.2$: 유리수

$\frac{\sqrt{12}}{2}$, $-\frac{\pi}{2}$, $\sqrt{3}-2$: 무리수

13. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{15}+1$ ② $3+\sqrt{5} > \sqrt{5}+\sqrt{8}$

③ $\sqrt{2}+1 > 3$ ④ $3-\sqrt{2} > 4-\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$

해설

① $4 > \sqrt{15}+1$ 에서

$4-\sqrt{15}-1 = 3-\sqrt{15} < 0$,

$\therefore\ 4 < \sqrt{15}+1$

② $3+\sqrt{5} > \sqrt{5}+\sqrt{8}$ 에서

$3+\sqrt{5}-\sqrt{5}-\sqrt{8} = 3-\sqrt{8} > 0$,

$\therefore\ 3+\sqrt{5} > \sqrt{5}+\sqrt{8}$

③ $\sqrt{2}+1 > 3$ 에서

$\sqrt{2}+1-3 = \sqrt{2}-2 < 0, \therefore\ \sqrt{2}+1 < 3$

④ $3-\sqrt{2} > 4-\sqrt{2}$ 에서

$3-\sqrt{2}-4+\sqrt{2} = -1 < 0$,

$\therefore\ 3-\sqrt{2} < 4-\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$ 에서

$$\sqrt{\frac{4}{5}}-\sqrt{\frac{6}{7}} = \frac{\sqrt{20}}{5}-\frac{\sqrt{42}}{7} = \frac{7\sqrt{20}}{35}-\frac{5\sqrt{42}}{35} = \frac{\sqrt{980}-\sqrt{1050}}{35} < 0$$

$\therefore\ \sqrt{\frac{4}{5}} < \sqrt{\frac{6}{7}}$

14. 아래 수직선 위의 점 A, B, C, D, E 와 보기의 수가 잘못 연결된 것을 모두 고르면?

보기

$-\sqrt{9}, 1-\sqrt{2}, \sqrt{7}, \frac{2}{3}, -\sqrt{3}+5$

① A : $-\sqrt{9}$ ② B : $-\sqrt{3}+5$ ③ C : $\frac{2}{3}$

④ D : $\sqrt{7}$ ⑤ E : $1-\sqrt{2}$

해설

$-\sqrt{9} = -3$

$-2 < -2\sqrt{2} < -1$ 이므로 $-1 < 1-\sqrt{2} < 0$

$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ 이므로 $2 < \sqrt{7} < 3$

$-2 < -\sqrt{3} < -1$ 이므로 $3 < -\sqrt{3}+5 < 4$

15. $3\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 a , 정수 부분을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① $\sqrt{3}-5$ ② $3\sqrt{3}-5$ ③ $\sqrt{3}-9$

④ $3\sqrt{3}-9$ ⑤ $3\sqrt{3}-10$

해설

$3\sqrt{3}=\sqrt{27}$, $5<\sqrt{27}<6$ 이므로
$3\sqrt{3}$ 의 정수 부분 $b=5$
소수 부분 $a=3\sqrt{3}-5$
$\therefore a-b=(3\sqrt{3}-5)-5=3\sqrt{3}-10$

16. $(x+2y)^2-(2x-y)^2$ 을 전개하면?

① $-3x^2+3y^2$
② $-3x^2+8xy+3y^2$
③ $x^2+2xy+y^2$
④ $3x^2-8xy+3y^2$
⑤ $x^2-3xy+y^2$

해설

$(x+2y)^2-(2x-y)^2$
$=(x^2+4xy+4y^2)-(4x^2-4xy+y^2)$
$=-3x^2+8xy+3y^2$

17. $(x-2)(x^2+4)(x+2)$을 전개하면?

① x^2-16　② x^2+4　③ x^4-4

④ x^4-16　⑤ x^4+4

해설

$(x-2)(x+2)(x^2+4)=(x^2-4)(x^2+4)=x^4-16$

18. $-3(x+3)(x-2)+\frac{1}{2}(x-3)(x+5)$ 의 전개식에서 x 의 계수는?

① -3 ② -2 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 5 ⑤ 15

해설

$-3(x+3)(x-2)+\frac{1}{2}(x-3)(x+5)$

$=-3(x^2+x-6)+\frac{1}{2}(x^2+2x-15)$

$=-3x^2-3x+18+\frac{1}{2}x^2+x-\frac{15}{2}$

$=-\frac{5}{2}x^2-2x+\frac{21}{2}$

따라서 x의 계수는 -2이다.

19. $(2x-3y+1)^2$ 의 전개식에서 xy 의 계수를 A , y 의 계수를 B 라 하면 $A-B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$2x-3y=t$ 라 하면
$(2x-3y+1)^2=(t+1)^2$
t^2+2t+1 에 $t=2x-3y$ 를 대입하면
$(2x-3y)^2+2(2x-3y)+1=4x^2-12xy+9y^2+4x-6y+1$
따라서 xy 의 계수는 -12 이고 y 의 계수는 -6 이므로
$A-B=-12-(-6)=-6$ 이다.

20. 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하면?

$511 \times 511 - 510 \times 512 - 2$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$a = 511$ 로 놓으면

$511 \times 511 - 510 \times 512 - 2$

$= a \times a - (a-1) \times (a+1) - 2$

$= a^2 - (a^2 - 1) - 2$

$= a^2 - a^2 + 1 - 2 = -1$

21. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b<0$, $ab<0$ 일 때, $\sqrt{a^2-6ab+9b^2}-\sqrt{a^2-2a+1}$ 을 간단히 하면?

① $-2a-1$　② $3b-1$　③ $3b+1$

④ $-2a+3b-1$　⑤ $2a+3b+1$

해설

$a<0$, $b>0$ 이므로

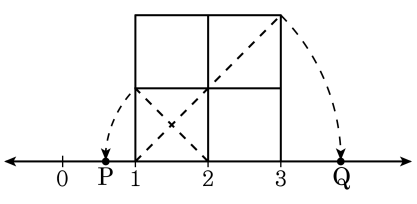
$\sqrt{a^2-6ab+9b^2}-\sqrt{a^2-2a+1}$

$=\sqrt{(a-3b)^2}-\sqrt{(a-1)^2}$

$=|a-3b|-|a-1|$

$=-a+3b+a-1=3b-1$

22. 다음 그림에서 P 의 좌표를 a , Q 의 좌표를 b 라고 할 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 - 8\sqrt{2}$

해설

$a = 2 - \sqrt{2},\ b = 1 + 2\sqrt{2}$
$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
$= (2 - \sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2})(2 - \sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{2})$
$= (3 + \sqrt{2})(1 - 3\sqrt{2})$
$= 3 + \sqrt{2} - 9\sqrt{2} - 6 = -3 - 8\sqrt{2}$

23. 다음 두 식의 공통인 인수를 구하여라.

$a^2-a-2,\ (a-1)^3-a+1$

▶ 답:

▷ 정답: $a-2$

해설

$a^2-a-2=(a-2)(a+1)$

$(a-1)^3-a+1=(a-1)\left\{(a-1)^2-1\right\}$

$=a(a-1)(a-2)$

24. 다음은 $5x+y$ 를 A 로 치환하여 인수분해하는 과정이다. 만족하는 상수 $a,\ b$ 에 대하여 $a-b$ 의 값은? (단, $a>b$)

$$(5x+y)(5x+y-3)-18$$
$$=A(A-3)-18$$
$$=A^2-3A-18=(5x+y+a)(5x+y+b)$$

① 4 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$5x+y=A$ 로 치환하면
$(5x+y)(5x+y-3)-18$
$=A(A-3)-18$
$=A^2-3A-18$
$=(A+3)(A-6)$
$=(5x+y+3)(5x+y-6)$
따라서, $a=3,\ b=-6$ 이므로 $a-b=9$ 이다.

25. $\sqrt{3}=a$, $\sqrt{30}=b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다. x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $x=100a$, $y=10b$
② $x=10a$, $y=\dfrac{b}{10}$
③ $x=100b$, $y=\dfrac{a}{100}$
④ $x=10a$, $y=\dfrac{b}{100}$
⑤ $x=10ab$, $y=\dfrac{10}{b}$

해설

$\sqrt{300}=\sqrt{3\times100}=10\sqrt{3}=10a$
$\therefore x=10a$
$\sqrt{0.3}=\sqrt{\dfrac{30}{100}}=\dfrac{\sqrt{30}}{10}=\dfrac{b}{10}$
$\therefore y=\dfrac{b}{10}$

26. 수직선 위의 두 점 A($\sqrt{48}$), B($\sqrt{192}$) 사이의 점 M ($\sqrt{x}$)에 대하여 $\overline{\mathrm{AM}}$: $\overline{\mathrm{MB}}$ = 1 : 3이라 할 때, x의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 75$

해설

$\overline{\mathrm{AM}} = \sqrt{x} - \sqrt{48} = \sqrt{x} - 4\sqrt{3}$
$\overline{\mathrm{MB}} = \sqrt{192} - \sqrt{x} = 8\sqrt{3} - \sqrt{x}$
$\overline{\mathrm{AM}}$: $\overline{\mathrm{MB}}$ = 1 : 3이므로
$(\sqrt{x} - 4\sqrt{3}) : (8\sqrt{3} - \sqrt{x}) = 1 : 3$
$8\sqrt{3} - \sqrt{x} = 3\sqrt{x} - 12\sqrt{3}$
$20\sqrt{3} = 4\sqrt{x}$
양변을 제곱하면
$1200 = 16x$
$\therefore\ x = 75$

27. $x = a(a-6)$ 일 때, $(a+1)(a-2)(a-4)(a-7)$을 x에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - 36$ ② $x^2 - 6$ ③ $x^2 + x$

④ $x^2 + x - 36$ ⑤ $x^2 + x - 56$

해설

$x = a(a-6) = a^2 - 6a$

$(a+1)(a-2)(a-4)(a-7)$

$= \{(a-2)(a-4)\}\{(a-7)(a+1)\}$

$= (a^2 - 6a + 8)(a^2 - 6a - 7)$

$= (x+8)(x-7)$

$= x^2 + x - 56$

28. $[a,\ b,\ c]=(a-b)(a-c)$라 할 때, $[a,\ b,\ c]-[b,\ a,\ c]$를 인수분해하면, $(xa+yb+zc)(pa+qb+rc)$이다. 이 때, $x+y+z+p+q+r$의 값은?

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}
&(a-b)(a-c)-(b-a)(b-c)\\
&=(a-b)(a-c)+(a-b)(b-c)\\
&=(a-b)\{(a-c)+(b-c)\}\\
&=(a-b)(a+b-2c)\\
&\therefore x+y+z+p+q+r\\
&=1+(-1)+0+1+1+(-2)=0
\end{aligned}$$

29. $-9x^2+y^2+6xz-z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ay-3x+z)(y+bx+cz)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ −1 ⑤ −2

해설

$$\begin{aligned}
&-9x^2+y^2+6xz-z^2\\
&=y^2-(9x^2-6xz+z^2)\\
&=y^2-(3x-z)^2\\
&=\{y-(3x-z)\}\{y+(3x-z)\}\\
&=(y-3x+z)(y+3x-z)
\end{aligned}$$

$a=1,\ b=3,\ c=-1$

$\therefore a+b+c=3$

30. $xy=4$, $x^2+y^2=8$ 일 때, x^3+y^3 의 값을 구하여라. (단, $x+y>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy=8+2\times4=16$

$x+y>0$ 이므로 $x+y=4$

$(x^2+y^2)(x+y)=x^3+y^3+xy(x+y)$

$8\times4=x^3+y^3+4\times4$

$x^3+y^3=32-16=16$