1. 약수가 6 개인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하면?

① 6

② 12

③ 18

④ 24

⑤ 36

해설

$6 = 2 \times 3$ 이므로

$(1 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3 = 12$

2. $2^2 \times \square \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 11

해설

$$2^2 \times a^n \times 7$$

$$(2 + 1) \times (n + 1) \times (1 + 1) = 12 \quad \therefore n = 1$$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$$3^1 = 3$$

3. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 8, 9

② 24, 27

③ 12, 51

④ 14, 35

⑤ 13, 91

해설

① 8 과 9 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.

4. 다음 수들의 최소공배수를 구하여라.

$$\begin{array}{r} \square) 18 \quad 54 \\ \hline \square) 9 \quad 27 \\ \hline \square) \square \quad 9 \\ \hline \square \quad \square \end{array}$$

▶ 답:

▷ 정답: 54

해설

$$\begin{array}{r} 2) 18 \quad 54 \\ \hline 3) 9 \quad 27 \\ \hline 3) 3 \quad 9 \\ \hline 1 \quad 3 \end{array}$$

최소공배수 : $2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$

5. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 64 일 때, a 와 b 의 공배수 중 300 에 가장 가까운 수는?

① 192

② 256

③ 294

④ 305

⑤ 320

해설

최소공배수의 배수인 64, 128, 192, 256, 320, ... 중 300 에 가장 가까운 수는 320 이다.

6. $\frac{28}{5}$ 과 $\frac{35}{8}$ 의 어느 것에 곱하여도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

① $\frac{32}{7}$

② $\frac{36}{7}$

③ $\frac{40}{7}$

④ $\frac{41}{7}$

⑤ $\frac{43}{7}$

해설

구하는 기약 분수를 $\frac{a}{b}$ 로 놓으면

$$a = 40, b = 7 \text{ 이므로 } \frac{a}{b} = \frac{40}{7}$$

7. 두 자연수 x, y 가 있다. x 를 y 로 나누었더니 몫이 16, 나머지가 4 이었다. x 를 8로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = 16 \times y + 4 = 8 \times y \times 2 + 4$ 이다. 따라서 8로 나누었을 때의 나머지는 4 이다.

8. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 약수가 1 개뿐인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 은 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 유한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 은 서로소이다.
- ㉤ 십의 자리의 숫자가 p , 일의 자리의 숫자가 q 인 수가 소수이면 pq 도 소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 약수가 1 과 자기 자신인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 의 약수는 1, 7, 19, 133 이므로 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 무한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
- ㉤ $p \times q$ 의 약수가 1, p , q , $p \times q$ 이므로 소수가 아니다.

9. 연속하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 가 15 의 배수가 되는 순서쌍 (a, b, c) 는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, $a \leq 100$)

▶ 답: 개

▷ 정답: 20개

해설

$b = a + 1, c = a + 2$ 이므로,

$$a + (a + 1) + (a + 2) = 15k$$

$\rightarrow 3a = 15k - 3 \rightarrow a = 5k - 1 \rightarrow a$ 는 5 로 나누어서 나머지가 4 인 수이다.

$a \leq 100$ 일 때, a 의 개수는 20 개이다.

$\therefore$ 순서쌍 (a, b, c) 의 개수=20개

10. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳은 것은?

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4^2$

② $6 \times 6 = 2^6$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 6^3$

④ $5 + 5 + 5 + 5 = 4^5$

⑤ $\frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{3^3}{4^3}$

해설

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

② $6 \times 6 = 6^2$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3$

④ $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

11. 다음은 희철이가 인진이에게 보낸 핸드폰 문자이다. 암호 숫자를 구하여라.

T.O. 인진

인진아, 오른쪽 숫자판에서
소수가 적힌 칸을 모두 색칠하면
암호 숫자가 나타난대,
한번 구해볼래?

7	5	11
29	1	31
2	16	3
24	20	43
98	49	19

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

문자 메시지에 있는 숫자판에 있는 수 중 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 19, 29, 31, 43 이다. 16, 20, 24, 49, 98 은 합성수이고, 1 은 소수도 합성수도 아니다. 소수가 적힌 칸을 색칠하면 다음과 같다.

7	5	11
29	1	31
2	16	3
24	20	43
98	49	19

12. 다음 중 소인수분해한 것으로 옳은 것은?

① $28 = 2^2 \times 7^2$

② $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $80 = 2^3 \times 10$

④ $63 = 3^2 \times 7$

⑤ $200 = 4 \times 10^2$

해설

① $2^2 \times 7$

② $2^2 \times 5 \times 7$

③ $2^4 \times 5$

⑤ $2^3 \times 5^2$

13. 792 를 소인수분해하면 $a^l \times b^m \times c^n$ 이다. $a < b < c$ 일 때, $a + b + c - l - m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이므로

$$\therefore a + b + c - l - m - n = 2 + 3 + 11 - 3 - 2 - 1 = 10$$

14. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

① 1

② 5

③ 10

④ 15

⑤ 20

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

15. x 는 $2^5 \times 7^3$ 의 약수 중에서 a^2 의 형태로 나타낼 수 있는 수일 때, x 값의 개수는? (단, a 는 자연수)

① 2 개

② 4 개

③ 6 개

④ 8 개

⑤ 10 개

해설

$2^5 \times 7^3$ 의 약수 중 (자연수)²이 되는 수는

$1, 2^2, (2^2)^2, 7^2, (2 \times 7)^2, (2^2 \times 7)^2$

$\therefore 6$ 개이다.

16. $\frac{686}{n} = a^2$ 을 만족하는 자연수 a 에 대하여 $a + n$ 의 값을 구하여라.
(단, n 은 조건을 만족하는 최소의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$686 = 2 \times 7^3$$

$$n = 14, \quad a = 7$$

$$a + n = 7 + 14 = 21$$

17. $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 자연수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (a + 1) = 12$ (개)
즉, $3 \times (a + 1) = 12$ 이므로 $a = 3$ 이다.

18. 두 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수를 구하면?

① $2^2 \times 3^2$

② $2^2 \times 3^3$

③ $2^3 \times 3^3 \times 5$

④ $2^3 \times 3^3 \times 5$

⑤ $2^5 \times 3^5 \times 7$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 최대공약수이다.

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수: $2^2 \times 3^2$

19. 두 수 $3^a \times 5 \times 11^2$, $3^2 \times 7^b \times 11^c$ 의 최소공배수를 구하면 $3^4 \times 5 \times 7^3 \times 11^3$ 이다. $a + b - c$ 의 값으로 옳은 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$3^a = 3^4 \text{ 이므로 } a = 4,$$

$$7^b = 7^3 \text{ 이므로 } b = 3,$$

$$11^c = 11^3 \text{ 이므로 } c = 3 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a + b - c = 4 \text{ 이다.}$$

20. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 16 일 때, 100 이하의 A, B 의 공배수의 개수는?

① 4 개

② 5 개

③ 6 개

④ 7 개

⑤ 8 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 16 의 배수 중 100 보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $100 \div 16 = 6.25$ 따라서 100 보다 작은 자연수의 개수는 6 개이다.

22. 가로 길이가 720cm, 세로 길이가 $2^2 \times 3^2 \times 7$ cm 인 벽이 있다. 이 벽면에 정사각형의 타일을 가능한 한 적게 붙이려고 한다. 이때, 필요한 타일의 개수는?

- ① 140 개 ② 160 개 ③ 180 개
④ 200 개 ⑤ 220 개

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 두 수의 최대공약수는

$$2^2 \times 3^2 = 36$$

따라서 정사각형의 타일의 한 변의 길이가 36cm 이므로 필요한 타일의 개수는

$$(720 \div 36) \times \{(2^2 \times 3^2 \times 7) \div 36\} = 20 \times 7 = 140 \text{ (개) 이다.}$$

23. 어느 역에서 통일호 열차는 20 분마다 무궁화호 열차는 35 분마다 전철은 10 분마다 출발한다고 한다. 오전 5 시에 세 열차가 동시에 출발했다면, 바로 다음에 동시에 출발하는 시각은?

① 오전 6 시 20 분

② 오전 7 시

③ 오전 7 시 20 분

④ 오전 7 시 40 분

⑤ 오전 8 시

해설

20, 35, 10 의 최소공배수는 140 이므로 5 시 이후 140 분 이후인
시간은

$$\begin{aligned} 5\text{시} + 140\text{분} &= 5\text{시} + 2\text{시간 } 20\text{분} \\ &= 7\text{시 } 20\text{분} \end{aligned}$$

24. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

1부터 100까지의 자연수 중에서
3의 배수는 3, 6, 9, *cdots*, 96, 99의 33개이고,
5의 배수는 5, 10, 15, *cdots*, 95, 100의 20개이다.
이 중 3과 5의 공배수인 15의 배수의 개수는 6개이므로
 $33 + 20 - 6 = 47$ 개다.

25. 최대공약수가 $3^2 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 12 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로
최대공약수는 $a \times b^5$, $a^2 \times b^3$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^{11}
꼴이어야 한다.
하지만 $3^2 \times x$ 꼴이므로 $3^2 \times b^3$ (단, b 는 소수, $b \neq 3$) 꼴이어야
하고, x 는 한 자리의 자연수 이므로 $b = 2$ 이다.
따라서 $x = 2^3 = 8$ 이다.

26. 세 수 12, 18, a 의 최소공배수가 396 일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$, $396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$ 이므로,
 a 값이 될 수 있는 수는 $2^x \times 3^y \times 11$ (x, y 는 0 또는 1 또는 2)
이며,
최솟값을 가질 때는 x, y 가 0 일 때이므로 a 의 최솟값은 11 이다.

27. 세 수 3048, 5988, 8088 을 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 24 개

해설

3048, 5988, 8088 을 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r$ 라고 하면

$B - A = G(b - a), C - B = G(c - b)$

이므로 $B - A, C - B$ 의 공약수는 A, B, C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$8088 - 5988 = 2100, 5988 - 3048 = 2940$ 이므로 2100 과 2940 의 공약수를 구하면, 최대공약수가 420 이므로 약수의 개수는 $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 에서 24 개이다.

28. 자연수 N 을 15 이하의 2 의 배수로 나누면 나머지는 모두 1 이다.
이것을 만족하는 N 중에서 1500 에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1681

해설

15 이하의 2 의 배수는 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 이다.
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 의 최소공배수는 840 이므로 구하는
수는 $840 \times 2 + 1 = 1681$ 이다.

29. 세 자연수 84, 126, A 의 최대공약수가 6 , 최소공배수가 1260 일 때, 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $126 = 2 \times 3^2 \times 7$, A 에서

최대공약수는 $6 = 2 \times 3$,

최소공배수는 $1260 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

A 는 2×3 과 5 를 인수로 반드시 가져야 한다.

따라서, 가장 작은 자연수 $A = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

30. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 5이고, $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$ 일 때, 두 자연수 A, B 의 최소공배수는?

① 280

② 350

③ 420

④ 490

⑤ 560

해설

A 와 B 의 최대공약수가 5 이고 $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$ 이므로, $A = 35 = 5 \times 7$,

$B = 40 = 2^3 \times 5$ 이다.

따라서 A 와 B 의 최소공배수는 $2^3 \times 5 \times 7 = 280$ 이다.