

1. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ 을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은?

- ①

$\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2}$
- ②

$\frac{1}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 3}$
- ③

$\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{3^2}$
- ④

$\frac{1}{2^2 \times 3^2}$
- ⑤

$\frac{1}{2^3 \times 3^2}$

해설

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{1}{2^3 \times 3^2} \end{aligned}$$

2. 다음 중 소수인 것을 모두 고르면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

1은 소수도 합성수도 아닌 단위수라고 한다.

3. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 소수는 약수의 개수가 2 개이다.
- ② 소수는 모두 홀수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ⑤ 자연수에는 소수와 합성수가 있다.

해설

- ② 2 는 유일한 짝수인 소수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 2 이다. 1 은 소수가 아니다.
- ④ 1 은 약수의 개수가 1 개이다.
- ⑤ 자연수에는 소수와 합성수 그리고 1 이 있다.

4. 264의 소인수를 바르게 구한 것은?

- ① 2, 3, 11 ② 1, 2, 3, 11 ③ 2^2 , 11
④ 2^3 , 3, 11 ⑤ 2, 3, 5, 11

해설

$$264 = 2^3 \times 3 \times 11$$

5. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 8개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 24의 약수와 같으므로 $24 = 2^3 \times 3$
 $(a, b$ 의 공약수의 개수) = (24의 약수의 개수)
 $= (3 + 1) \times (1 + 1)$
 $= 8$ (개)

6. 12의 배수도 되고 20의 배수도 되는 수는?

- ① 4의 배수 ② 24의 배수 ③ 36의 배수
④ 60의 배수 ⑤ 120의 배수

해설

12와 20의 공배수는 두 수의 최소공배수인 60의 배수이다.

7. 6으로 나누거나 8로 나누어도 3이 남는 수 중에서 가장 작은 수는?

- ① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

6, 8의 최소공배수는 24 이므로 구하는 자연수는 $24 + 3 = 27$ 이다.

8. 어떤 수 A 를 8 로 나누었더니 몫이 9 이고, 나머지가 3 이었다. 어떤 수 A 는?

① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

해설

$$A = 8 \times 9 + 3 = 75$$

9. 다음 중 12 의 약수가 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 12

해설

12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 16 의 약수의 개수는 5 개이다.
- ② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.
- ③ 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.
- ④ 21 은 3 의 배수이다.
- ⑤ 6 은 18 의 약수이다.

해설

1 은 약수가 자기 자신뿐이다.

11. $2^3 \times 3^2 \times 5$ 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 5 ③ 3×5 ④ 5^2 ⑤ 10

해설

$$2^3 \times 3^2 \times 5$$

곱해야할 가장 작은 자연수는

$$2 \times 5 = 10$$

12. $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 72 개

해설

$$(3 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) = 72 \text{ (개)}$$

13. 자연수 240 과 $2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로

약수의 개수는 $(4 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 20$

$2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (n + 1) = 20$

$\therefore n = 4$

14. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 1$

15. 두 수 30, 75의 공약수가 x 의 약수라 할 때, x 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

구하고자 하는 x 는 30과 75의 최대공약수와 같다.

$30 = 2 \times 3 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$ 이므로

30과 75의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

$\therefore x = 15$

16. 세 자연수 $7 \times x$, $4 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 420 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$7 \times x$, $4 \times x = 2^2 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7 \times x = 420$
따라서 $x = 3$ 이다.

17. 사생대회 상품으로 학용품을 준비했다. 공책 45 권, 샤프 38 개, 지우개 32 개를 될 수 있는 대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 공책 3 권, 샤프 2 개, 지우개 2 개가 남았다. 몇 명의 학생에게 나누어 주었는가?

① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 11 명

해설

학생 수는 $45 \div 3$, $38 \div 2$, $32 \div 2$,
즉 42, 36, 30 의 최대공약수이므로 6 명

18. 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 12cm, 20cm, 6cm 인 박스가 있다. 이들을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가능한 한 작은 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▶ 정답 : 60 cm

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 20 \quad 6} \\ 2 \overline{) 6 \quad 10 \quad 3} \\ 3 \overline{) 3 \quad 5 \quad 3} \\ \quad 1 \quad 5 \quad 1 \end{array}$$

정육면체의 한 모서리의 길이는 12, 20, 6 의 최소공배수 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$ 이다.

19. $\frac{12}{n}$ 와 $\frac{18}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\frac{12}{n}, \frac{18}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 중에서 가장 큰 수는 12 와 18 의 최대공약수인 6 이다.

20. $2^5 = a$, $3^b = 243$ 을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 16, b = 4$ ② $a = 16, b = 5$ ③ $a = 32, b = 4$

④ $a = 32, b = 5$ ⑤ $a = 32, b = 6$

해설

$2^5 = 32$, $3^5 = 243$ 이므로 $a = 32$, $b = 5$ 이다.

21. 다음 중 52 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은?

① 2×3^3

② $2^3 \times 7$

③ 2×5^2

④ $2^2 \times 13$

⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$$2 \overline{) 52}$$

$$2 \overline{) 26}$$

$$13$$

$$52 = 2^2 \times 13$$

22. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$

② $2^3 \times 3^2 \times 5$

③ $2^2 \times 3 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

23. 소인수분해를 이용하여 세 수 12, 36, 40 의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 360

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \overline{) 20} \\ 3 \overline{) 10} \\ 5 \end{array}$$

$$\therefore 12=2^2 \times 3 \quad \therefore 36=2^2 \times 3^2 \quad \therefore 40=2^3 \times 5$$

따라서 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$ 이다.

24. 두 수 $2^2 \times 3^3 \times 5^2$, $2 \times 3^4 \times 7$ 의 최소공배수를 구하면, $2^A \times 3^B \times 5^C \times 7^D$ 이다.

$A + B + C + D$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 와 $2 \times 3^4 \times 7$ 의 최소공배수는

$2^2 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 이므로

$A = 2$, $B = 4$, $C = 2$, $D = 1$ 이고,

$A + B + C + D = 9$ 이다.

25. 100 이하의 자연수 중 6의 배수이고 동시에 8의 배수도 되는 수를 제외하면 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

6의 배수이면서 8의 배수도 되는 수는 24의 배수이다.
100 이하의 자연수 중 24의 배수는 24, 48, 72, 96으로 총 4개이다.
따라서 구하는 수는 $100 - 4 = 96$ 개이다.

26. 사과 24 개와 배 36 개를 가능한 한 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려고 할 때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가?

- ① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

24 와 36 의 최대공약수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 36} \\ 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ 3 \overline{) 6 \quad 9} \\ 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12$$

27. 가로 길이가 90m, 세로 길이가 180m 인 직사각형 모양의 농장과, 같은 모양으로 가로 길이가 72m, 세로 길이가 108m 인 목장이 있다. 이 농장과 목장의 가장 자리를 따라 두 곳 모두 같은 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심고 나무 사이의 간격이 20m 를 넘지 않으면서 가장 넓게 심으려고 한다면, 몇 그루의 나무가 필요한지 구하여라.

▶ 답: 그루

▷ 정답 : 50 그룹

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,

$$90 = x \times \square, 180 = x \times \Delta$$

$$72 = x \times \bigcirc \quad 108 = x \times \triangle$$

$$72 = x \times \bigcirc, 108 = x \times \diamond$$

는 90, 180, 54, 108 이 칠데코양스

x 는 90, 180, 72, 108 의 최대공약수

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, \quad 180 = 2^2 \times$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, \quad 180 = 2^2 \times$$

$$72 = 2^3 \times 3^2, 108 = 2^2 \times 3^3$$

$$72 = 2^3 \times 3^2, 108 = 2^2 \times 3^3$$
$$\therefore x = 2 \times 3^2 = 18 \text{ (m)}$$

나무 사이의 간격은 18m 이하 때

나무 사이의 간격을 18m 라 할 때

농장 : 가로 90 = 18 (m) × 5 (그루)

공정 : 가도 $90 = 18 \text{ (m)} \times 5 \text{ (그루)}$

세로 $180 = 18(\text{m}) \times 10$ (그루)

모자 · 가리 72 = 18 (m) $\times$ 4 (7리)

목장: 가로 $72 = 18 \text{ (m)} \times 4 \text{ (그루)}$

세로 $108 = 18(\text{m}) \times 6(\text{구})$

세로 $108 = 18(\text{m}) \times 6$ (그룹)

28. 두 자연수의 곱이 1440 이고, 최대공약수가 6 일 때, 이 두 수의 최소 공배수를 구하면?

① 240 ② 300 ③ 360 ④ 480 ⑤ 540

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면
 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $1440 = L \times 6$ 이다.
 $\therefore L = 240$

29. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a + b + m + n$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$196 = 2^2 \times 7^2$
따라서 $a = 2, b = 7, m = 2, n = 2$
 $a + b + m + n = 13$

30. 1881 는 a, b, c 의 곱으로 표현된다. $a + b + c$ 의 최솟값은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 39

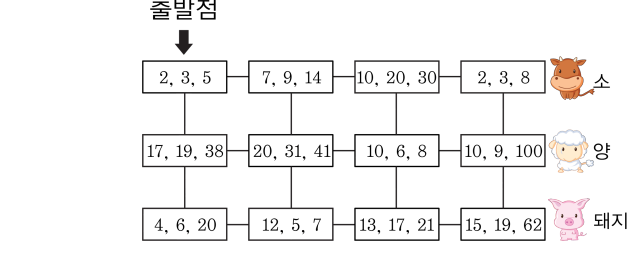
해설

$$1881 = 3 \times 3 \times 11 \times 19$$

따라서, 순서에서 상관없이 a, b, c 가 될 수 있는 수를 살펴보면,
(9, 11, 19), (3, 19, 33), (3, 11, 57), (3, 3, 209) 이다.

$$\therefore a + b + c \text{ 의 최솟값} = 9 + 11 + 19 = 39$$

31. 모범이는 출발점에서 시작하여 만나는 네모 칸에 들어 있는 세 수가 각각 ‘서로소’ 이면 ‘오른쪽’ 으로 한 칸을 움직이고, 그렇지 않으면 ‘아래쪽’ 으로 한 칸을 움직여 지나간다고 한다. 모범이가 도착한 곳에서 만나는 동물을 말하여라. 이때, 한 번 지나간 길은 다시 지나지 않는다.



▶ 답 :

▷ 정답 : 돼지

해설

모범이가 지나가는 칸을 색칠하면 다음과 같다.

출발점
↓

2, 3, 5	7, 9, 14	10, 20, 30	2, 3, 8	소
17, 19, 38	20, 31, 41	10, 6, 8	10, 9, 100	양
4, 6, 20	12, 5, 7	13, 17, 21	15, 19, 62	돼지

따라서 모범이가 만나는 동물은 돼지이다.

32. 두 자연수 a, b 에 대하여 a 와 b 의 최대공약수를 $[a, b]$ 라 정의한다.
 x 는 1000 이하의 자연수라 할 때, $[x, 24] = 8$ 를 만족하지 않는 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 916 개

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $[x, 24] = 8$ 이므로
 x 는 2^3 을 인수로 가지고 3 을 인수로 가지지 않는 수이다.
따라서 x 는 8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수이다.
1000 이하의 8 의 배수는 125 개, 24 의 배수가 41 개이므로,
8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수는 $125 - 41 = 84$ 이다.
 $\therefore$ 구하는 값은 $1000 - 84 = 916$ 이다.

33. 가로 길이가 72cm, 세로 길이가 96cm, 높이가 120cm 인 직육면체를 남김없이 잘라 똑같은 크기의 정육면체로 나누려고 한다. 되도록 적은 개수의 정육면체를 만들 때, 만들 수 있는 정육면체는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 60 개

해설

72, 96, 120의 최대공약수는 24이므로 만들 수 있는 정육면체의 모서리의 길이는 (24의 약수)cm이다. 정육면체의 한 모서리의 길이가 길수록 정육면체의 개수는 적으므로 한 모서리의 길이는 24(cm)이다.

 $\therefore$ (정육면체의 갯수)

$$= (72 \div 24) \times (96 \div 24) \times (120 \div 24)$$

$$= 3 \times 4 \times 5 = 60(\text{개})$$

34. 진아와 태호는 각각 5 일, 3 일마다 한강시민공원으로 자전거를 타러 간다. 4 월 1 일 일요일에 함께 자전거를 타러 갔다면 다음에 두 번째로 함께 자전거를 타러 가는 날은 무슨 요일인지 구하여라.

▶ 답 : 요일

▷ 정답 : 화요일

해설

5 와 3 의 최소공배수는 15 이므로 두 사람은 15 일마다 함께 자전거를 탄다.

4 월 1 일 일요일 이후 두 번째로 함께 자전거를 타는 날은 30 일 후인 5 월 1 일 화요일이다.

35. 두 자리의 두 정수의 최소공배수가 792 이고 최대공약수가 11 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하면?

① 87 ② 99 ③ 175 ④ 183 ⑤ 187

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이고, 두 수는 최대공약수 11 의 배수이고,
두 자리 수이므로 $11 \times 2^3 = 88$ 과 $11 \times 3^2 = 99$ 가 된다.
 $\therefore 88 + 99 = 187$