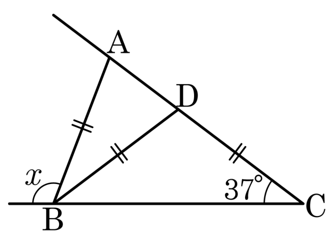
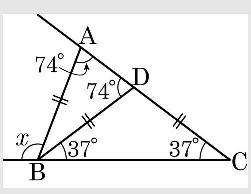
1. 아래 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{DC}$ 이고 $\angle DCB = 37°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

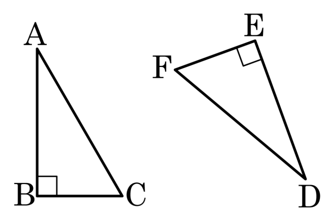
▷ 정답 : $111°$

해설



$\angle DBC = \angle DCB = 37°$ 이므로
$\triangle BCD$ 에서 , $\angle ADB = 37° + 37° = 74°$ 이고,
$\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = \angle BDA = 74°$
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x = 74° + 37° = 111°$

2. 다음 중 두 직각삼각형 ABC , DEF 가 서로 합동이 되는 조건이 아닌 것은?

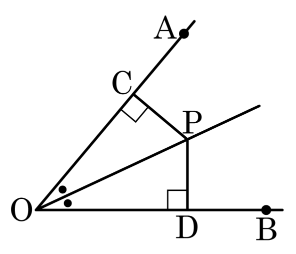


① $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$
② $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle A = \angle D$
③ $\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle F$
④ $\angle A = \angle D$, $\overline{AC} = \overline{DF}$
⑤ $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

해설

세 내각이 같다고 해서 합동이라 말할 수는 없다.

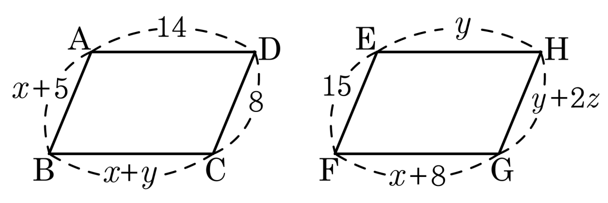
3. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$의 이등분선 위의 한 점 P에서 두 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 C, D라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle PCO = \angle PDO$　② $\angle COP = \angle DOP$
③ $\overline{PC} = \overline{PD}$　④ $\triangle COP \equiv \triangle DOP$
⑤ $\overline{OC} = \overline{OP} = \overline{OD}$

해설
$\triangle OCP \equiv \triangle ODP$(RHA합동)
따라서 $\overline{CO} = \overline{OD}$, $\overline{CP} = \overline{PD}$

4. 다음 그림과 같이 두 개의 평행사변형이 있을 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.



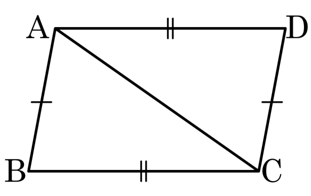
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

평행사변형의 대변의 길이는 서로 같다.
평행사변형 ABCD 에서는 $14=x+y$, $x+5=8$
평행사변형 EFGH 에서는 $y=x+8$, $15=y+2z$
$x=3$, $y=11$, $z=2$
$\therefore$ $x+y+z=16$

5. 다음은 ‘두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.’를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



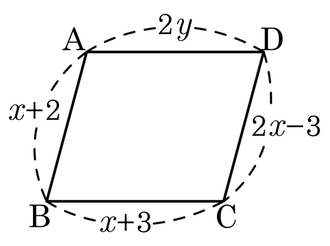
$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$인 ▱ABCD에서
점 A와 점 C를 이으면
△ABC 와 △CDA 에서
$\overline{AB}=\overline{DC}$ (가정) ⋯㉠
$\overline{BC}=\overline{AD}$ (가정) ⋯㉡
$\boxed{}$는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (SSS 합동)
$\angle BAC=\angle DCA$이므로
$\overline{AB}\,//\,\overline{DC}$ ⋯㉣
$\angle ACB=\angle CAD$이므로
$\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$ ⋯㉤
㉣, ㉤에 의해서 ▱ABCD는 평행사변형이다.

① $\overline{DC}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{DA}$ ④ $\overline{AC}$ ⑤ $\overline{BA}$

해설

$\overline{AC}$는 공통

6. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



▶ 답:

▶ 답:

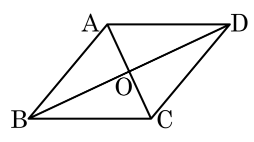
▷ 정답: $x = 5$

▷ 정답: $y = 4$

해설

$x + 2 = 2x - 3$에서 $x = 5$,
$2y = x + 3 = 8$에서 $y = 4$

7. 다음 중 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 3 개)

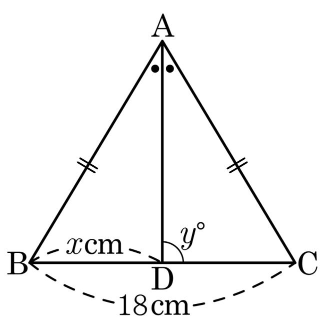


① $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BC} = \overline{CD}$
② $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
③ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$
④ $\angle A = \angle B$, $\angle C = \angle D$
⑤ $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

해설

평행사변형이 되기 위한 조건
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

8. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle$A 의 이등분선과 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 교점을 D 라 하자. $\overline{\mathrm{BC}} = 18\mathrm{cm}$ 일 때, $x + y$ 의 값은?



① 77　　② 88　　③ 99　　④ 110　　⑤ 122

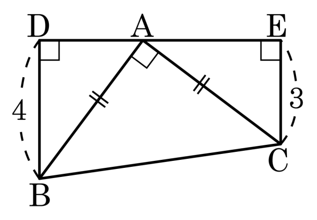
해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$x = \dfrac{1}{2} \times 18 = 9(\mathrm{cm}),\ \angle y = 90\,°$

$\therefore\ x + y = 9 + 90 = 99$

9. 다음 그림에 대한 설명 중 틀린 것은?



① $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ 일 합동조건은 RHS 합동이다.

② $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ 일 합동조건은 RHA 합동이다.

③ $\angle DAB = \angle ECA$

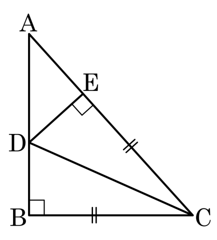
④ $\angle DAB + \angle EAC = 90°$

⑤ $\overline{DE} = 7$

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ 일 합동조건은
$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle D = \angle E = 90°$, $\angle DAB = \angle ECA$ 이므로 RHA 합동이다.

10. $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 가 있다. $\angle DEC = 90°$, $\overline{BC} = \overline{EC}$ 이고, $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ (RHS 합동)를 설명하기 위해 필요한 조건을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{BC} = \overline{EC}$	㉡ $\angle DBC = \angle DEC$
㉢ $\overline{DB} = \overline{DE}$	㉣ $\angle DAE = \angle BDC$

▶ 답 :

▶ 답 :

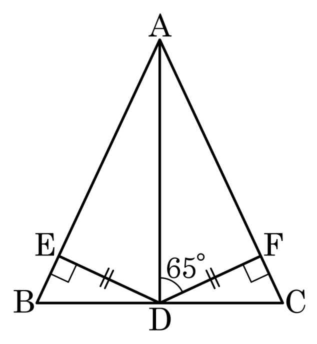
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

RHS 합동은 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으면 합동이다.
두 직각삼각형은 $\angle DBC = \angle DEC$ 이다.
빗변의 길이 $\overline{CD}$ 는 공통된 변으로 같다.
$\overline{BC} = \overline{EC}$ 이므로 빗변이 아닌 다른 한 변의 길이가 같다.
따라서 $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ (RHS 합동)이라고 할 수 있다. 필요한 것은 ㉠, ㉡이다.

11. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{DE} = \overline{DF}$이고 $\angle AED = \angle AFD = 90°$이다. $\angle ADF = 65°$일 때, $\angle BAC$의 크기는?



① $35°$ ② $40°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $55°$

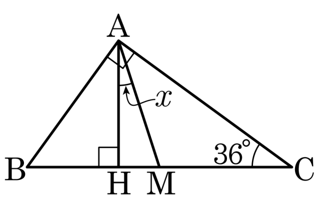
해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ADF$(RHS 합동)

$\angle DAF = 180° - (90° + 65°) = 25° = \angle EAD$

$\therefore \angle BAC = 25° \times 2 = 50°$

12. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 15°　　② 18°　　③ 20°　　④ 22°　　⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$

$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠

또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.

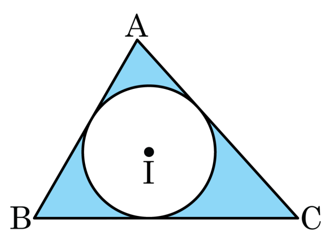
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡

$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로

㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$

따라서 $x = 18°$ 이다.

13. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle$ABC 의 내접원이다. 원 I 의 둘레의 길이가 6π , $\triangle$ABC 의 둘레의 길이가 32 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?

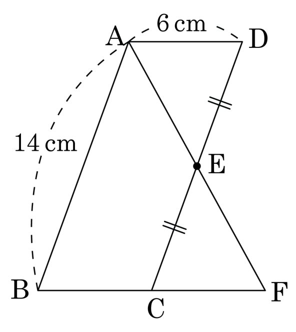


① $48 - 9\pi$ ② $9\pi - 24$ ③ $24 - 6\pi$
④ $42 - 6\pi$ ⑤ $52 - 9\pi$

해설

원 I 의 둘레의 길이가 6π 이므로 반지름의 길이 $r = 3$ 이다.
점 I 가 $\triangle$ABC 의 내심일 때,
($\triangle$ABC 의 넓이) $= \dfrac{1}{2} \times r \times \triangle$ABC 의 둘레$= \dfrac{1}{2} \times 3 \times 32 = 48$
이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 ($\triangle$ABC 의 넓이) $-$ (원 I 의 넓이) $= 48 - 9\pi$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점을 E 라 하고, $\overline{\mathrm{AE}}$ 의 연장선이 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라 하자. 이 때, $\overline{\mathrm{BF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$\triangle\mathrm{ADE}$ 와 $\triangle\mathrm{FCE}$ 에서

$\overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{EC}}$

$\angle\mathrm{ADE} = \angle\mathrm{FCE}$(엇각)

$\angle\mathrm{AED} = \angle\mathrm{FEC}$(맞꼭지각)

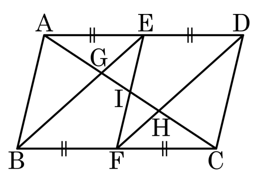
$\therefore \triangle\mathrm{ADE} \equiv \triangle\mathrm{FCE}$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{FC}} = 6\,\mathrm{cm}$

평행사변형이므로 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{AD}} = 6\,\mathrm{cm}$

$\therefore \overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{BC}} + \overline{\mathrm{FC}} = 6 + 6 = 12(\mathrm{cm})$

15. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 E, F 라 하고, 대각선 AC 와 $\overline{BE}$, $\overline{FD}$, $\overline{EF}$ 의 교점을 각각 G, H, I 라 한다. □ABCD 의 넓이가 $52\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, □BFHG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

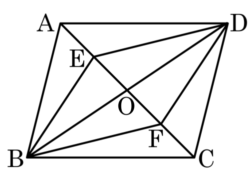
▷ 정답 : $13\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle IGE \equiv \triangle IFH$ (ASA 합동) 이므로

$$\square BFHG = \triangle BFE = \frac{1}{2}\square ABFE = \frac{1}{4}\square ABCD$$
$$= \frac{1}{4} \times 52 = 13\ (\mathrm{cm}^2)$$

16. 평행사변형 ABCD 의 대각선 AC 위에 두 점 E, F 를 각각 $\overline{AO}$ 의 중점, $\overline{OC}$ 의 중점으로 잡았다. 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $60\,\mathrm{cm}^2$ 라고 하면 □EBFD 의 넓이를 구하여라.



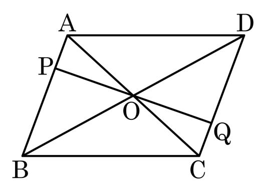
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 30 cm^2

해설

$\triangle ABE = \triangle EBO$ 이고 나머지 3 개의 색칠한 부분의 삼각형도 마주 보고 있는 색칠하지 않은 삼각형과 넓이가 같다. 따라서 색칠한 부분의 넓이는 전체 부분의 $\frac{1}{2}$ 이므로, □EBFD 의 넓이는 $30\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 넓이가 $80\mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선과 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{DC}}$ 와의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, $\triangle\mathrm{AOP}$ 와 $\triangle\mathrm{DOQ}$ 의 넓이의 합을 구하여라.



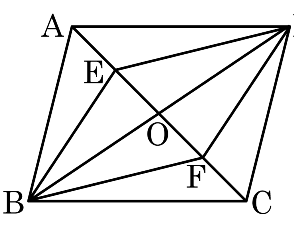
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $20\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}$, $\angle\mathrm{AOP} = \angle\mathrm{COQ}$ (맞꼭지각)
$\angle\mathrm{OAP} = \angle\mathrm{OCQ}$(엇각) 이므로
$\triangle\mathrm{OAP} \equiv \triangle\mathrm{OQC}$ (ASA 합동)
따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle\mathrm{OCD}$ 의 넓이와 같다.
$\therefore 80 \times \frac{1}{4} = (20\mathrm{cm}^2)$ 이다.

18. 평행사변형 ABCD 의 대각선 AC 위에 $\overline{OA}, \overline{OC}$ 의 중점 E, F 를 잡았을 때, □EBFD는 □ABCD 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답 : ＿＿ 배

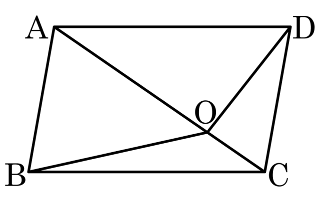
▷ 정답 : $\frac{1}{2}$ 배

해설

$\triangle EBD = \frac{1}{2}\triangle ABD$, $\triangle FBD = \frac{1}{2}\triangle CBD$ 이므로

□$EBFD = \frac{1}{2}$□$ABCD$

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{\mathrm{AC}}$ 위의 점 O 에 대하여 $\triangle\mathrm{OAD} = 8\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{OCD} = 3\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{OAB}$ 의 넓이를 구하면?

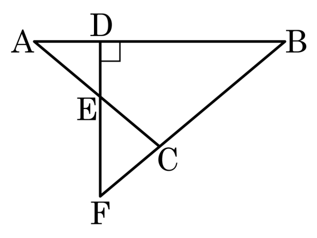


① $4\mathrm{cm}^2$ ② $5\mathrm{cm}^2$ ③ $6\mathrm{cm}^2$ ④ $7\mathrm{cm}^2$ ⑤ $8\mathrm{cm}^2$

해설

평행사변형의 대각선은 평행사변형의 넓이를 이등분하므로
$\triangle\mathrm{ABC} = \triangle\mathrm{ACD} = \triangle\mathrm{AOD} + \triangle\mathrm{OCD} = 11(\mathrm{cm}^2)$ 이다.
$\triangle\mathrm{OAB} = x$ 라고 하면
$\triangle\mathrm{OBC} = 11 - x$
또, $\triangle\mathrm{OAD} : \triangle\mathrm{OCD} = \overline{\mathrm{OA}} : \overline{\mathrm{OC}} = \triangle\mathrm{OAB} : \triangle\mathrm{OBC}$ 에서
$8 : 3 = x : (11 - x)$, $3x = 8(11 - x)$
$\therefore\ x = 8(\mathrm{cm}^2)$

20. 다음 그림과 같이 $\angle A = \angle B$ 인 삼각형 ABC 의 변 AB 에 수직인 직선이 변 AB , 변 AC 와 변 BC 의 연장선과 만나는 점을 각각 D, E, F 라 정한다. $\overline{BF} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = 2.5\text{cm}$ 일 때, 선분 EC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2.25 cm

해설

$\angle A = \angle B$ 이면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{AC} = \overline{BC}$

$\angle A = \angle B = a$ 라 하면

$\triangle ADE$ 에서

$\angle AED = 90° - a$

또 $\angle CEF$ 는 $\angle AED$ 의 맞꼭지각이므로

$\angle CEF = 90° - a \cdots$ ㉠

또 $\triangle BDF$ 에서

$\angle FBD = a$, $\angle BDF = 90°$ 이므로

$\angle BFD = 90° - a \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이므로

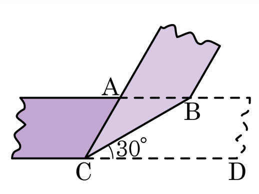
$\overline{CE} = \overline{CF} = x$ 라 하면

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $2.5 + x = 7 - x$

$\therefore\ x = 2.25\text{cm}$

따라서 선분 EC 의 길이는 2.25cm 이다.

21. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 30°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.

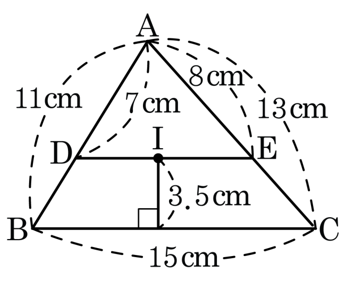


① $100°$　② $110°$　③ $120°$
④ $130°$　⑤ $140°$

해설

$\angle BCD = \angle BCA = 30°$
$\angle BCD = \angle ABC = 30°$ (엇각)
$\angle BAC = 180° - 60° = 120°$

22. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, □DBCE 의 넓이는 얼마인가?

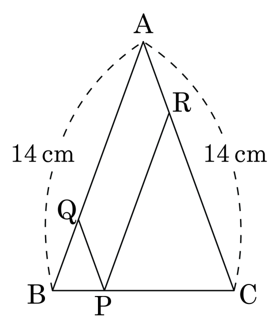


① $38cm^2$　② $40cm^2$　③ $42cm^2$
④ $44cm^2$　⑤ $46cm^2$

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
($\triangle$ADE 의 둘레의 길이)$= \overline{AB} + \overline{AC}$
따라서 ($\triangle$ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{AB}+\overline{AC} = 11+13 = 24(cm)$ 이다.
$\overline{AD} + \overline{AE} = 7 + 8 = 15(cm)$ 이므로 $\overline{DE} = 24 - 15 = 9(cm)$ 이다.
따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는
$(9 + 15) \times 3.5 \times \frac{1}{2} = 84 \times \frac{1}{2} = 42(cm^2)$ 이다.

23. 오른쪽 그림에서 삼각형ABC는 $\overline{AB} = \overline{AC} = 14\,\mathrm{cm}$인 이등변삼각형이고 $\overline{AB} /\!/ \overline{RP}$, $\overline{QP} /\!/ \overline{AR}$일 때, 사각형 AQPR의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 28 cm

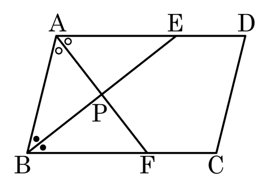
해설

사각형 AQPR은 평행사변형이므로
$\overline{AQ} = \overline{RP}$, $\overline{AR} = \overline{QP}$

또한 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$
$\overline{QP} /\!/ \overline{AR}$이므로 $\angle C = \angle BPQ$(동위각)
$\therefore$ $\triangle QBP$는 이등변삼각형
같은 방법으로 하면 $\triangle RPC$도 이등변삼각형

따라서 □AQPR의 둘레의 길이는
$\overline{AQ} + \overline{QP} + \overline{PR} + \overline{AR}$
$= \overline{AQ} + \overline{QB} + \overline{RC} + \overline{AR}$
$= \overline{AB} + \overline{AC}$
$= 14 \times 2$
$= 28(\,\mathrm{cm})$

24. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AF}}$, $\overline{\mathrm{BE}}$ 는 각각 $\angle\mathrm{A}$ 와 $\angle\mathrm{B}$ 의 이등분선이다. $\angle\mathrm{AEB} + \angle\mathrm{AFB}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$°

▷ 정답: 90°

해설

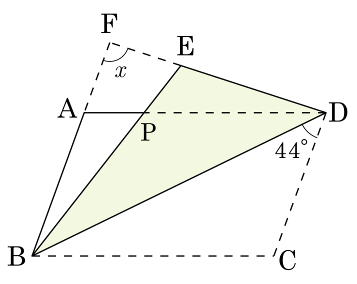
$\angle\mathrm{A} + \angle\mathrm{B} = 180°$

$\angle\mathrm{A} + \frac{1}{2}\angle\mathrm{B} + \angle\mathrm{AEB} = 180°$

$\angle\mathrm{B} + \frac{1}{2}\angle\mathrm{A} + \angle\mathrm{AFB} = 180°$

$$\begin{aligned} \therefore\ \angle\mathrm{AEB} + \angle\mathrm{AFB} &= 360° - \frac{3}{2}(\angle\mathrm{A} + \angle\mathrm{B}) \\ &= 360° - 270° \\ &= 90° \end{aligned}$$

25. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD를 대각선 BD를 따라 접어 $\triangle DBC$가 $\triangle DBE$로 옮겨졌다. $\overline{DE}$, $\overline{BA}$의 연장선의 교점을 F라 하고 $\angle BDC = 44°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

▷ 정답: 92°

해설

BD를 따라 접었으므로
$\angle CDB = \angle BDE = 44°$(접은각)
평행사변형에서 $\overline{AB} // \overline{CD}$이므로
$\angle CDB = \angle DBA = 44°$(엇각)
따라서 $\triangle FBD$는 이등변삼각형이므로
$\angle x = 180° - 44° \times 2 = 92°$