

1. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2-3x+2=a+bx+cx(x-1)+dx(x-1)(x-2)$ 가 항상 성립할 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c, d 는 상수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x=0$ 을 대입하면 $a=2$
 $x=1$ 을 대입하면 $b=-2$
 $x=2$ 을 대입하면 $c=1$
3차항은 없으므로 $d=0$
 $\therefore a+b+c+d=1$

2. $1 \leq x \leq 8$, $2 \leq y \leq 5$ 일 때, $x - y$ 의 값의 범위는?

① $-9 \leq x - y \leq 10$

② $-4 \leq x - y \leq 6$

③ $-3 \leq x - y \leq 4$

④ $2 \leq x - y \leq 40$

⑤ $3 \leq x - y \leq 13$

해설

$$1 - 5 \leq x - y \leq 8 - 2$$

3. $-6 < a \leq 12$, $3 < b \leq 4$ 일 때, ab 값의 범위를 구하면?

① $-3 < ab \leq 16$

② $-10 \leq ab \leq 9$

③ $-10 < ab < 9$

④ $-24 < ab \leq 48$

⑤ $-2 \leq ab \leq 4$

해설

$-6 < a \leq 12 \dots\dots \textcircled{㉠}$

$3 < b \leq 4 \dots\dots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠} \times \textcircled{㉡}$

$-6 \times 4 < ab \leq 12 \times 4$

4. 두 점 $A(a, 1)$, $B(4, -3)$ 사이의 거리가 $4\sqrt{5}$ 일 때, 실수 a 의 값들의 합은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(4-a)^2 + (-3-1)^2} = 4\sqrt{5}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$a^2 - 8a + 32 = 80, a^2 - 8a - 48 = 0$$

$$(a-12)(a+4) = 0$$

$$\therefore a = 12 \text{ 또는 } a = -4$$

$$\text{따라서 구하는 값은 } 12 - 4 = 8$$

5. 방정식 $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ 으로 나타내어지는 원이 y 축에 접할 조건은?

① $b^2 = c$

② $c^2 = b$

③ $a^2 = c$

④ $c^2 = a$

⑤ $b = 2c$

해설

y 축과의 공유점을 구하는 식은
 $x = 0$ 으로부터 $y^2 + 2by + c = 0$
 y 축에 접할 조건은 $D/4 = b^2 - c = 0$

6. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

- ① 3
- ② -4
- ③ 2
- ④ 8
- ⑤ 6

해설

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$$
$$= (x - 1) \{ a(x - 1) + b \} + c$$

1		3	2	1	
			3	5	
1		3	5	6	← c
			3		
		3	8		← c
		↑			
		a			

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $c = 6$

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + 6$$
$$\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$$
$$\rightarrow (x - 1)(3x + 5) = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$$

→ 양변을 $x - 1$ 로 나누면

$$3x + 5 = a(x - 1) + b = ax - a + b$$

∴ $a = 3, b = 8$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

7. $x = -2 - i$ 일 때, $x^2 + 4x + 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$ 에서 $x + 2 = -i$ 의 양변을 제곱하면

$(x + 2)^2 = (-i)^2$ 이므로

$x^2 + 4x = -5$

$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$

8. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-2 \leq x+a \\ 2x-b \leq 3x \end{cases}$ 의 해가 4 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{cases} 3x-2 \leq x+a & \dots \textcircled{1} \\ 2x-b \leq 3x & \dots \textcircled{2} \end{cases} \text{이라 하면}$$

$$\textcircled{1}\text{에서 } x \leq \frac{a+2}{2}$$

$$\textcircled{2}\text{에서 } x \geq -b$$

$$\therefore -b \leq x \leq \frac{a+2}{2}$$

이 부등식의 해가 4 이려면 $4 \leq x \leq 4$ 이어야 하므로

$$-b = 4 \text{ 에서 } b = -4, \frac{a+2}{2} = 4 \text{ 에서 } a = 6$$

따라서 $a-b = 6 - (-4) = 10$ 이다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} 2x \leq x + 4 \\ x^2 - 4x - 5 < 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

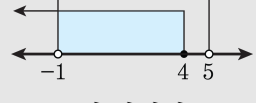
$$\textcircled{1} \ 2x \leq x + 4,$$

$$\therefore x \leq 4$$

$$\textcircled{2} \ x^2 - 4x - 5 < 0$$

$$\Rightarrow (x - 5)(x + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 5$$



$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 의 범위의

공통범위는 $-1 < x \leq 4$

$\therefore x = 0, 1, 2, 3, 4$ 총 5 개

10. 직선 $y = 2x$ 에 대하여 점 $P(a, b)$ 와 대칭인 점을 Q 라 한다. Q 를 x 축의 양의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점을 R 라고 하면, R 과 P 는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이 된다고 한다. 이 때, $2a - 4b$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

R 과 $P(a, b)$ 는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 $R(b, a)$ 이고
 Q 는 R 을 x 축으로 -1 만큼 이동한 것이므로 $Q(b-1, a)$ 이다.
또, P 와 Q 는 $y = 2x$ 에 대하여 대칭이므로
 $\left(\frac{a+b-1}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$ 는 $y = 2x$ 위의 점이고 $\overline{PQ}$ 와 $y = 2x$ 는 수직이다. $\therefore$ (선분 $\overline{PQ}$ 의 기울기) $= \frac{b-a}{a-b+1} = -\frac{1}{2} \dots \textcircled{1}$ 이고,
 $\frac{a+b}{2} = 2 \left(\frac{a+b-1}{2} \right) \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 에서 $a-b=1$
 $\textcircled{2}$ 에서 $a+b=2$
 $\therefore a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}, 2a-4b = 3-2 = 1$

11. $|x+1|+|x-2|=x+3$ 을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

i) $x < -1$ 일 때,
 $-x-1-x+2=x+3$
 $\therefore x = -\frac{2}{3}$ (모순)
ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,
 $x+1-x+2=x+3$
 $\therefore x = 0$
iii) $x \geq 2$ 일 때,
 $x+1+x-2=x+3$
 $\therefore x = 4$

12. 수직선 위의 두 점 A, B에 대하여 선분 AB를 $m:n$ 으로 내분한 점을 C, 외분한 점을 D라 할 때, $\frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}} = \frac{\square}{\overline{AB}}$ 가 성립한다. $\square$ 안에 알맞은 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

네 점의 좌표를 각각 A(0), B(b), C(c), D(d)라 하면

$$c = \frac{mb}{m+n}, d = \frac{mb}{m-n}$$

($\because$ A의 좌표가 0)

$$\therefore \overline{AC} = c - 0 = \frac{mb}{m+n}$$

$$\overline{AD} = d - 0 = \frac{mb}{m-n}$$

$$\overline{AB} = b - 0 = b$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}} &= \frac{m+n}{mb} + \frac{m-n}{mb} \\ &= \frac{2m}{mb} = \frac{2}{b} = \frac{2}{\overline{AB}}\end{aligned}$$

13. 원 $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 6 = 0$ 을 x 축 방향으로 p 만큼, y 축방향으로 q 만큼 평행이동시키면 원 $x^2 + y^2 - 2x + 6y + c = 0$ 이 된다. 이 때, $pq + c$ 의 값은?

① -2

② -4

③ -6

④ -8

⑤ -10

해설

원을 평행이동시키면 반지름의 길이는 변하지 않고, 중심좌표만 변한다.

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = 8$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + c = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 = 10 - c$$

$\therefore (-1, 1) \rightarrow (1, -3)$ 이므로, x 축으로 2만큼, y 축으로 -4 만큼 평행이동한 것이고, $8 = 10 - c$ 에서 $c = 2$ 이다.

$$\therefore pq + c = 2 \cdot (-4) + 2 = -6$$

14. 점 (2, -1) 과 직선 $x - y - 1 = 0$ 사이의 거리는?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\therefore \text{거리} = \frac{|2 + 1 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}$$

15. 직선 $2x + ay + b = 0$ 에 대하여 점 A (3, 2) 와 대칭인 점을 B (-1, 0) 이라고 할 때, 상수 a, b 에 대하여 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

두 점 A (3, 2) , B (-1, 0) 에 대하여
 $\overline{AB}$ 의 중점 (1, 1) 이
직선 $2x + ay + b = 0$ 위에 있으므로
 $2 + a + b = 0 \cdots \textcircled{1}$
직선 AB 와 직선 $2x + ay + b = 0$,
즉 $y = -\frac{2}{a}x - \frac{b}{a}$ 가 수직이므로
$$\frac{2-0}{3-(-1)} = \frac{a}{2}$$
$$\therefore a = 1$$
이 값을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = -3$
$$\therefore ab = -3$$