

1. 집합 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합의 개수는?

- ① 4개 ② 8개 ③ 16개 ④ 32개 ⑤ 64개

해설

$\{a, b, c, d\}$ 이므로 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

2. 다음 중 치역이 실수 전체의 집합인 것은 무엇인가?

① $y = 2x$ ② $y = -x^2$ ③ $y = x^2 - 2$
④ $y = -x^2 + 2x$ ⑤ $y = 3$

해설

② $y \leq 0$ ③ $y \geq -2$ ④ $y \leq 1$ ⑤ $y = 3$

3. 세 함수 $f(x) = 5x - 3$, $g(x) = -2x^2$, $h(x) = |x + 5|$ 에 대하여 $(h \circ g \circ f)(1)$ 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}(g \circ f)(1) &= g(f(1)) = g(2) = -8 \text{ 이므로} \\(h \circ g \circ f)(1) &= (h \circ (g \circ f))(1) \\&= h((g \circ f)(1)) = h(-8) = |-8 + 5| \\&= 3\end{aligned}$$

4. 함수 $y = x - 2$ 의 역함수를 구하면 무엇인가?

- ① $y = x - 2$ ② $y = x + 2$ ③ $y = -x - 2$
④ $y = -x + 2$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x - 1$

해설

$y = x - 2$ 를 x 에 관해서 풀면

$$x = y + 2$$

x 와 y 를 바꾸면 $y = x + 2$

5. 유리수 x, y 가 $(x-2\sqrt{2})(4-\sqrt{2}y) = 8$ 을 만족할 때, x^2+y^2 의 값은?

- ① 20 ② 16 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}(x-2\sqrt{2})(4-\sqrt{2}y) &= 8 \text{ 을 전개하여 정리하면} \\ (4x+4y-8) - (xy+8)\sqrt{2} &= 0 \\ \therefore 4x+4y-8 &= 0 \Rightarrow x+y=2 \\ \therefore xy+8 &= 0 \Rightarrow xy=-8 \\ x^2+y^2 &= (x+y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times (-8) = 20\end{aligned}$$

6. 다음 보기 중 집합은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ 우리나라의 놀이공원의 모임
- ㉡ 머리가 긴 가수들의 모임
- ㉢ 10에 가까운 수들의 모임
- ㉣ 큰 자동차들의 모임
- ㉤ 1보다 작은 자연수의 모임
- ㉥ 6의 배수의 모임

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ ‘긴’이라는 단어가 명확한 기준이 없으므로 집합이 될 수 없다.
- ㉡ ‘가까운’이라는 단어는 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ ‘큰’이라는 단어는 사람에 따라 그 기준이 달라지므로 집합이 될 수 없다.

7. 다음 중 옳은 것은?

- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $C \subset A$ 이다.
- ② $A \subset B, A \subset C$ 이면 $B \subset C$ 이다.
- ③ $A \subset B, B \subset A$ 이라도 $A = B$ 가 아닐 수 있다.
- ④ $\{\emptyset\}$ 은 $\{0, \emptyset\}$ 의 부분집합이다.
- ⑤ $\{1\}$ 은 $\{3, \{1, 3\}\}$ 의 부분집합이다.

해설

- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ② $A \subset B, A \subset C$ 일 때, B, C 의 포함 관계는 알 수 없다.
- ③ $A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
- ⑤ $\{1\}$ 은 $\{3, \{1, 3\}\}$ 의 부분집합이 아니다.

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A \subset B$ 이면, $n(A) \leq n(B)$ 이다.
- ② $A \subset B$ 이고, $A \neq B$ 이면, $n(A) < n(B)$ 이다.
- ③ $n(A) < n(B)$ 이면, $A \not\subset B$ 이다.
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
- ⑤ $B = A$ 이면 $n(A)$ 와 $n(B)$ 는 같다.

해설

③ 반례: $A = \{1, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$

9. 집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, a^2 + 2, a^2 + a + 6\}$ 일 때, $A = B$ 를 만족시키는 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이고 $A = B$ 이므로
 $a^2 + 2 = 3$ 또는 $a^2 + 2 = 6$
(i) $a^2 + 2 = 3$ 일 때 $a^2 = 1$
 $\therefore a = \pm 1$
 $a = 1$ 이면 $a^2 + a + 6 = 8$ 이므로
 $A \neq B$
 $a = -1$ 이면 $a^2 + a + 6 = 6$ 이므로
 $A = B$
(ii) $a^2 + 2 = 6$ 일 때 $a^2 = 4$
 $\therefore a = \pm 2$
 $a = 2$ 이면 $a^2 + a + 6 = 12$ 이므로
 $A \neq B$
 $a = -2$ 이면 $a^2 + a + 6 = 8$ 이므로
 $A \neq B$
따라서 $A = B$ 를 만족시키는 $a = -1$ 이다.

10. 실수 전체의 집합에 대하여 공집합이 아닌 부분집합 X 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = 2x^2 - 10x - 5$, $g(x) = -x^2 + 2x + 10$ 이 서로 같을 때, 집합 X 의 개수는 몇 개인가?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$f(x) = g(x)$ 이므로
 $2x^2 - 10x - 5 = -x^2 + 2x + 10$ 에서
 $3x^2 - 12x - 15 = 0$, $3(x^2 - 4x - 5) = 0$
 $(x - 5)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 5, -1$
즉, $x = 5$ 또는 $x = -1$ 일 때 $f(x) = g(x)$ 이다.
 $\therefore X = \{-1\}, \{5\}, \{-1, 5\}$

11. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 f 가 $f : x \rightarrow x+1$ 로 주어질 때, $f^{2006}(2)$ 의 값은 얼마인가? (단, $f^1 = f$, $f^{n+1} = f \circ f^n$, n 은 자연수)

- ① 2002 ② 2004 ③ 2006 ④ 2008 ⑤ 2010

해설

$$f^2(x) = f(f(x)) = (x+1) + 1 = x+2$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = (x+2) + 1 = x+3$$

$$f^4(x) = f(f^3(x)) = (x+3) + 1 = x+4$$

⋮

이상에서 $f^n(x) = x+n$ 이므로

$$f^{2006}(x) = x+2006$$

$$\therefore f^{2006}(2) = 2+2006 = 2008$$

12. 함수 $y = |x - 1| - 2$ 의 그래프와 직선 $y = mx + m - 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 m 의 값의 범위를 구하면?

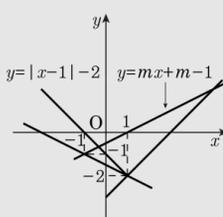
- ① $-1 < m < 0$ ② $-\frac{1}{2} < m < 1$ ③ $-\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$
 ④ $0 < m < 1$ ⑤ $1 < m < 2$

해설

$y = |x - 1| - 2$ 의 그래프는 아래 그림과 같이 점 $(1, -2)$ 에서 꺾인 그래프이다.

또, 직선 $y = mx + m - 1$ 은 $y = m(x + 1) - 1$ 에서 m 의 값에 관계 없이 점 $(-1, -1)$ 을 지나는 직선이다.

따라서, 두 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 조건은 $-\frac{1}{2} < m < 1$



13. 양수 a, b, c, d 는 $a : b = c : d$ 가 성립한다. 다음 중에서 옳은 것은?

- ① $ac = bd$ ② $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ ③ $a + b = c + d$
④ $a - c = b - d$ ⑤ $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

해설

$$a : b = c : d \text{ 이면 } ad = bc$$

14. 철수는 걸어서 학교에 다닌다. 한 걸음에 75cm씩 1분에 평균 90 걸음을 가고, 통학 시간은 16분이다. 동생 철이도 같은 학교에 같은 길을 따라 걸어다니고, 한 걸음에 60cm씩 1분에 평균 100 걸음을 간다고 할 때, 동생 철이의 통학 시간은 몇 분인가?

- ① $14 + \frac{2}{9}$ 분 ② 15분 ③ 18분
④ 20분 ⑤ $22 + \frac{2}{9}$ 분

해설

철수 통학 거리는 $75 \times 90 \times 16$ (cm)

동생 철이의 통학 시간은 $\frac{75 \times 90 \times 16}{60 \times 100} = 18$ (분)

15. $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + |-a| + |-b|$ 를 간단히 하면?

- ① $2a - 2b$ ② $2a$ ③ $-2b$
④ $2a + 2b$ ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} & a > 0, b < 0 \text{이므로} \\ & |a| + |b| + |-a| + |-b| \\ & = a - b - (-a) + (-b) = 2a - 2b \end{aligned}$$

16. 전체집합 U 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?(단, $U \neq \emptyset$)

- ① $A \cup B = B$ ② $A \cap B = A$ ③ $A^c \supset B^c$
④ $B - A = \emptyset$ ⑤ $A^c \cap B^c = B^c$

해설

$A \subset B$ 일 때가 공집합이 된다.

17. 분수식 $\frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}}}$ 을 간단히 하면?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{2} - 1$

③ $\sqrt{2} + 1$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ 1

해설

$$\frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) - 1} = -1$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{1}{\sqrt{2} - (-1)} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$$

$$= \sqrt{2} - 1$$

18. $x + y = 6$, $xy = 4$ (단, $x > y$) 일 때, $\frac{x^3 - y^3}{x^3 + y^3}$ 의 값은?

- ① $\frac{2\sqrt{5}}{9}$ ② $\frac{4\sqrt{5}}{9}$ ③ $2\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} x + y &= 6, \quad xy = 4 \quad (x > y) \text{ 이면} \\ (x - y)^2 &= (x + y)^2 - 4xy = 36 - 16 = 20 \\ \therefore x - y &= \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \quad (\because x > y) \\ (\text{준 식}) &= \frac{(x - y)^3 + 3xy(x - y)}{(x + y)^3 - 3xy(x + y)} \\ &= \frac{\sqrt{20}^3 + 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{20}}{6^3 - 3 \cdot 4 \cdot 6} \\ &= \frac{4\sqrt{5}}{9} \end{aligned}$$

19. 0이 아닌 실수 x, y, z 에 대하여 등식 $2x - 6y + 4z = 0, 3x + y - 2z = 0$ 이 성립한다. 이때, $\frac{x^2 + y^2}{xy + y^2}$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{12}{13}$

해설

두 식을 연립하여 풀면 $2x = y$ 가 나온다.

$$\frac{x^2 + y^2}{xy + y^2} = \frac{x^2 + 4x^2}{2x^2 + 4x^2} = \frac{5x^2}{6x^2} = \frac{5}{6}$$

20. 함수 $y = \frac{ax+1}{-x+b}$ 의 그래프의 점근선이 $x = 2, y = -1$ 일 때, 상수 $a+b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = \frac{ax+1}{-x+b}$ 의 점근선이 $x = 2, y = -1$ 이므로

$b = 2$ 이고

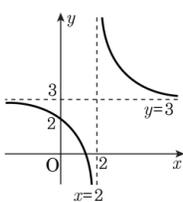
$y = \frac{a(x-2)+2a+1}{-(x-2)} = \frac{2a+1}{-(x-2)} - a$ 에서

$-a = -1$ 이므로

$\therefore a+b = 1+2 = 3$

21. 다음 그림과 같이 주어진 분수함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 점근선이 $x=2, y=3$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

- ① -6 ② -4 ③ -3
 ④ 2 ⑤ 7



해설

점근선이 $x=2, y=3$ 이므로 $a=3, c=-2$

점 $(0, 2)$ 를 지나므로 $\frac{b}{c} = 2$

$\therefore b = -4$

$\therefore a+b+c = -3$

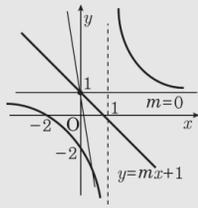
22. 분수함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = mx + 1$ 과 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $0 < m \leq 12$ ② $-12 \leq m < 0$ ③ $-12 < m \leq 0$
 ④ $0 \leq m < 12$ ⑤ $-12 \leq m \leq 12$

해설

$y = \frac{x+2}{x-1} = \frac{x-1+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$ 이므로 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프는 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

(i) 그림에서 $m = 0$ 일 때 두 그래프는 만나지 않는다.



(ii) $y = \frac{x+2}{x-1}$ 와 $y = mx + 1$ 에서

$$\frac{x+2}{x-1} = mx + 1$$

$$\text{즉, } mx^2 - mx - 3 = 0$$

이때, 판별식을 D 라 하면

$$D = m^2 + 12m < 0, m(m+12) < 0$$

$$\therefore -12 < m < 0$$

(i), (ii) 에서 구하는 실수 m 의 값의 범위는

$$-12 < m \leq 0$$

23. 무리수 $\sqrt{1 + \sqrt{45 - 20\sqrt{5}}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때,

$\frac{1}{b} - a - b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ $\sqrt{5} + 1$

⑤ $\sqrt{5} - 1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{45 - 20\sqrt{5}} &= \sqrt{45 - 2\sqrt{500}} = \sqrt{25} - \sqrt{20} \\ &= 5 - 2\sqrt{5} \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{1 + \sqrt{45 - 20\sqrt{5}}} &= \sqrt{1 + 5 - 2\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1\end{aligned}$$

$2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $a = 1$, $b = \sqrt{5} - 2$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{b} - a - b &= \frac{1}{\sqrt{5} - 2} - 1 - (\sqrt{5} - 2) \\ &= \sqrt{5} + 2 - 1 - \sqrt{5} + 2 = 3\end{aligned}$$

24. $a^2 = 2 + \sqrt{3}$, $b^2 = 2 - \sqrt{3}$ 인 양수 a, b 에 대하여 $a^3 + b^3$ 의 값은?

- ① $2\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

해설

$$a^2b^2 = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$$

$$\therefore ab = 1 (\because ab > 0)$$

$$a^2 + b^2 = 4$$

$$\therefore (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 6$$

$$\therefore a + b = \sqrt{6} (\because a > 0, b > 0)$$

$$\begin{aligned} \therefore a^3 + b^3 &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\ &= 6\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

25. 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 함수의 식을 $y = f(x)$ 라 할 때, $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 접하도록 상수 a 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한
그래프의 식은 $y = \sqrt{2(x-a)}$
 $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로
 $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 접하려면
 $y = \sqrt{2(x-a)}$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 접해야 한다.
즉, $\sqrt{2(x-a)} = x$ 양변을 제곱하여 정리하면
 $x^2 - 2x + 2a = 0$
 $\frac{D}{4} = (-1)^2 - 2a = 0$ 이므로
 $a = \frac{1}{2}$