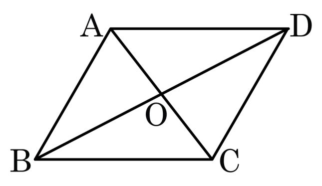
1. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 인 이유는?



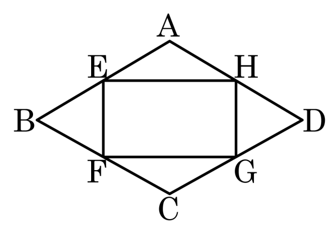
[가정] $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB \cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동)
$\therefore$ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① 맞꼭지각 ② 직각 ③ 동위각
④ 엇각 ⑤ 평각

해설

평행선에서의 엇각의 성질로 $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 이다.

2. 다음은 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



△AEH ≡ △CFG (SAS 합동)
∴ ∠AEH = ∠AHE = ∠CFG = ∠CGF
△BEF ≡ △DHG (SAS 합동)
∴ ∠BEF = ∠BFE = ∠DHG = ∠DGH
즉, □EFGH 에서 ∠E = ∠F = ∠G = ∠H
따라서, □EFGH 는 $\boxed{}$ 이다.

① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

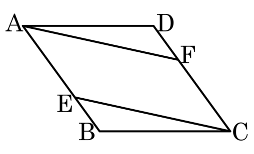
해설
네 내각의 크기가 모두 같은 사각형은 직사각형이다.

3. 다음 조건을 만족하는 사각형 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것은?

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
⑤ 한 쌍의 대변은 평행하고 다른 한 쌍의 대변은 길이가 같다.

해설
다른 한 쌍의 대변이 아니라 평행한 그 쌍의 길이가 같아야 한다.

4. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



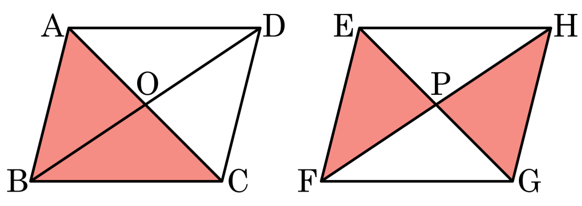
▶ 답:

▷ 정답: 평행사변형

해설

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

5. 다음 평행사변형 ABCD 와 EFGH 는 합동이다. 평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이가 $24\mathrm{cm}^2$ 일 때, 평행사변형 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



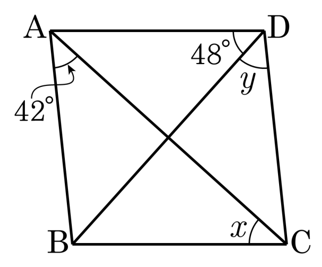
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}\ \mathrm{cm}^2$

▷ 정답 : $24\ \mathrm{cm}^2$

해설

평행사변형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이는 전체의 절반이 된다.
평행사변형 EFGH 의 넓이에서 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle PEF + \triangle PGH = \triangle PEH + \triangle PFG$ 이므로 전체의 절반이 된다. 따라서 평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이와 평행사변형 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이는 같다.

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{BAC} = 42\,°$, $\angle\mathrm{ADB} = 48\,°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 90°

해설

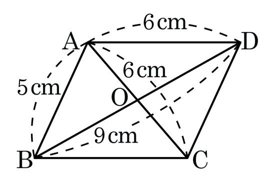
$\angle x = \angle\mathrm{DAC}$ (엇각)

□ABCD 에서 $\angle\mathrm{A} + \angle\mathrm{D} = 180\,°$ 이므로

$\angle 42\,° + \angle x + \angle 48\,° + \angle y = 180\,°$

$\therefore \angle x + \angle y = 180\,° - (42\,° + 48\,°) = 90\,°$

7. 다음 중 평행사변형 ABCD 의 $\triangle OBC$ 와 $\triangle OCD$ 의 둘레를 차례로 나열한 것은?



① 11 cm, 12 cm
② 12.5 cm, 12.5 cm
③ 12 cm, 13 cm
④ 13.5 cm, 12.5 cm
⑤ 13 cm, 13 cm

해설

평행사변형이므로 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분한다.

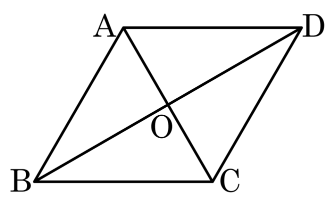
$\triangle OBC$ 의 둘레는

$\overline{OB} + \overline{OC} + \overline{BC} = 4.5 + 3 + 6 = 13.5(\mathrm{cm})$

$\triangle OCD$ 의 둘레는

$\overline{OC} + \overline{OD} + \overline{CD} = 3 + 4.5 + 5 = 12.5(\mathrm{cm})$

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

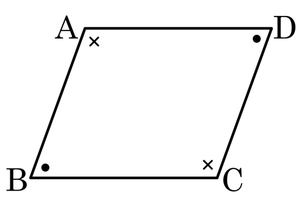


① $\overline{AD} = \overline{BC}$
② $\angle ADB = \angle ACB$
③ $\overline{BO} = \overline{DO}$
④ $\angle BAC = \angle ACD$
⑤ $\angle ABC + \angle BCD = 180°$

해설

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$

9. 다음은 ‘두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.’를 설명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



□ABCD에서 $\angle A = \angle C$, $\boxed{㉠}$
$\angle A = \angle C = a$
$\boxed{㉠} = b$라 하면
$2a + 2b = \boxed{㉡}$
$\therefore a + b = \boxed{㉢}$
$\boxed{㉣}$의 합이 $180°$이므로
$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\boxed{㉤}$

① ㉠ : $\angle B = \angle D$　② ㉡ : $360°$　③ ㉢ : $180°$
④ ㉣ : 엇각　⑤ ㉤ : $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

해설

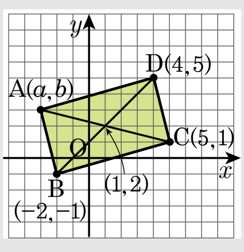
동측내각의 합이 $180°$이다.

10. 좌표평면 위의 점 A, B$(-2,\ -1)$, C$(5,\ 1)$, D$(4,\ 5)$ 로 이루어지는 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 점 A 의 좌표는? (단, 점 A는 제 2 사분면 위에 있다.)

① $(-1,\ 3)$　② $(-1,\ 2)$　③ $(-3,\ 3)$
④ $(-3,\ 2)$　⑤ $(-3,\ 4)$

해설

점 A$(a,\ b)$ 라고 하면 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 중점과 $\overline{\mathrm{BD}}$ 의 중점의 좌표가 같아야 한다.



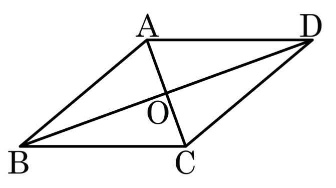
$\left(\dfrac{a+5}{2},\ \dfrac{b+1}{2}\right) = \left(\dfrac{-2+4}{2},\ \dfrac{-1+5}{2}\right)$,

$\left(\dfrac{a+5}{2},\ \dfrac{b+1}{2}\right) = (1,\ 2)$

$\therefore\ a = -3,\ b = 3$

$\therefore\ A(-3, 3)$

11. 다음 중 □ABCD가 항상 평행사변형이라고 할 수 <u>없는</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DC} = 4\,\text{cm}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 6\,\text{cm}$

② $\angle A = 110°$, $\angle B = 70°$, $\angle D = 70°$

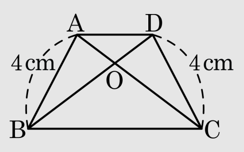
③ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

④ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 4\,\text{cm}$

⑤ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

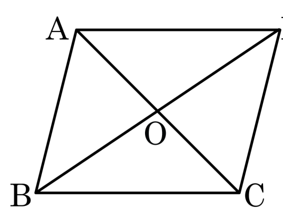
해설

① 두 쌍의 대변의 길이가 같으므로 평행사변형이 된다.
② 사각형의 내각의 합은 $360°$이므로 $\angle C = 110°$이므로 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이 된다.
③ 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.
④ (반례) 등변사다리꼴



⑤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형을 만들 수 있다.

12. $\square$ABCD 가 항상 평행사변형이 되지 <u>않는</u> 것은?



① $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$

② $\angle B = 90°$, $\angle C = 90°$, $\angle D = 90°$

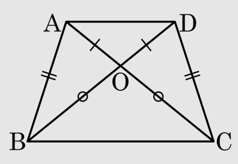
③ $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 3\,\mathrm{cm}$

④ $\overline{OA} = \overline{OD}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ (단, 점 O 는 두 대각선의 교점이다.)

⑤ $\overline{AB} = \overline{DC} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 7\,\mathrm{cm}$

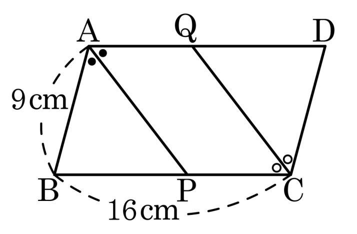
해설

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이 된다.
② 사각형의 내각의 합은 360° 이므로 $\angle A = 90°$ 가 된다. 두 쌍의 대각의 크기는 같으므로 평행사변형이 된다.
③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이 된다.
④ (반례) 등변사다리꼴



⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이 된다.

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AP}}, \overline{\mathrm{CQ}}$ 는 각각 $\angle\mathrm{A}, \angle\mathrm{C}$ 의 이등분선이다.
$\overline{\mathrm{AB}} = 9\,\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{BC}} = 16\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AQ}} + \overline{\mathrm{PC}}$ 의 길이는?

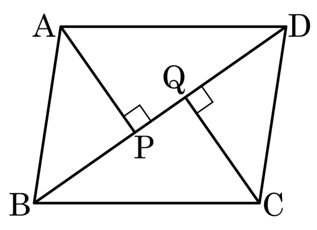


① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

□APCQ 는 평행사변형이므로
$\angle\mathrm{QAP} = \angle\mathrm{APB}$ (엇각)
$\therefore \overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AB}} = 9(\mathrm{cm}), \overline{\mathrm{PC}} = 16 - 9 = 7(\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{PC}} = 7(\mathrm{cm})$ 이므로
$\overline{\mathrm{AQ}} + \overline{\mathrm{PC}} = 14(\mathrm{cm})$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라고 한다. $\overline{BQ} = 15\,\text{cm}$, $\overline{QD} = 10\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

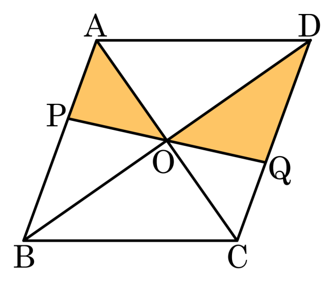
해설

$\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$ (RHA 합동)

$\overline{BP} = \overline{QD} = 10\,\text{cm}$ 이므로

$\overline{PQ} = \overline{BQ} - \overline{BP} = 15 - 10 = 5(\text{cm})$

15. 넓이가 $80\,\mathrm{cm}^2$ 인 다음 평행사변형 ABCD 에서 어두운 부분의 넓이는?



① $8\,\mathrm{cm}^2$ ② $12\,\mathrm{cm}^2$ ③ $15\,\mathrm{cm}^2$

④ $18\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $20\,\mathrm{cm}^2$

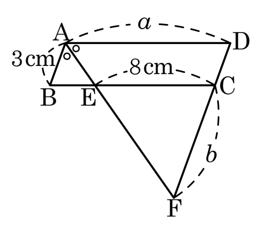
해설

$\triangle\mathrm{APO} \equiv \triangle\mathrm{CQO}$ (ASA 합동)

$\triangle\mathrm{APO} + \triangle\mathrm{DQO} = \triangle\mathrm{OCD}$

$\triangle\mathrm{OCD} = \dfrac{1}{4}\square\mathrm{ABCD} = \dfrac{1}{4} \times 80 = 20(\,\mathrm{cm}^2)$

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?



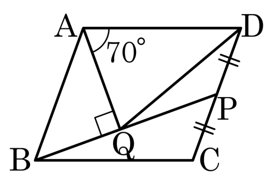
① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle \mathrm{DAF} = \angle \mathrm{CEF}$ ($\because$ 동위각)
$\angle \mathrm{BAE} = \angle \mathrm{CFE}$ ($\because$ 엇각)
$\triangle \mathrm{CEF}$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$, $b = 8\mathrm{cm}$
$\triangle \mathrm{DAF}$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square\mathrm{ABCD}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DF}} = a = b + \overline{\mathrm{DC}} = 8 + 3 = 11\mathrm{cm}$
$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(\mathrm{cm})$

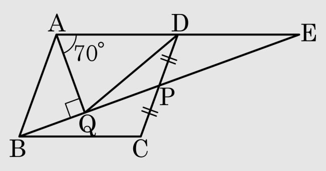
17. 다음은 $\angle AQB = 90°$ 고 $\overline{DP} = \overline{CP}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAQ = 70°$ 일때, $\angle DQP$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

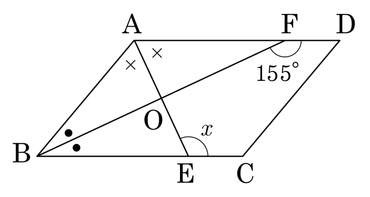
▷ 정답 : 20°

해설



$\overline{AD}, \overline{BP}$ 의 연장선의 교점을 E 라고 하면
$\triangle BCP \equiv \triangle EDP$(ASA합동)
점 D 는 $\triangle AQE$ 의 외심이 된다.
$\overline{DA} = \overline{DQ} = \overline{DE}$ 이므로
$\angle DQP = 90° - 70° = 20°$

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle A$, $\angle B$의 이등분선의 교점을 O라 하자 $\angle BFD = 155°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

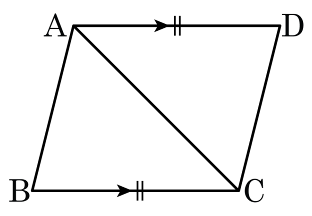
▷ 정답: 115°

해설

$\overline{AE}$에 의하여 이등분되는
$\angle A$를 $\angle DAE = \angle BAE = a$라 하고
$\overline{BF}$에 의하여 이등분되는
$\angle B$를 $\angle ABF = \angle EBF = b$라 하면
평행사변형에서 이웃하는 각의 크기의 합이 $180°$이므로
$2a + 2b = 180°$
$a + b = 90°$

$\angle AFB = 180° - 155° = 25°$이고 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 엇각의 성질에 의하여 $b = 25°$
$a + b = 90°$이므로 $a + 25° = 90°$
$\therefore\ a = 65°$
$\triangle ABE$에서 두 내각의 합은 이웃하지 않은 외각의 크기와 같으므로 $a + 2b = \angle x$
$\therefore\ \angle x = 65° + 50° = 115°$

19. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 곳을 모두 고르면?



가정) □ABCD에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$

결론) $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

증명) 대각선 AC를 그으면

△ABC와 △CDA에서

ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ (가정) ⋯㉠

ㄴ. $\underline{\angle DCA = \angle BAC}$ (엇각) ⋯㉡

ㄷ. $\underline{\overline{AC}}$ 는 공통 ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (ㄹ. <u>SAS</u> 합동)

ㅁ. $\underline{\angle DAC = \angle BCA}$ 이므로

∴ $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로

□ABCD는 평행사변형이다.

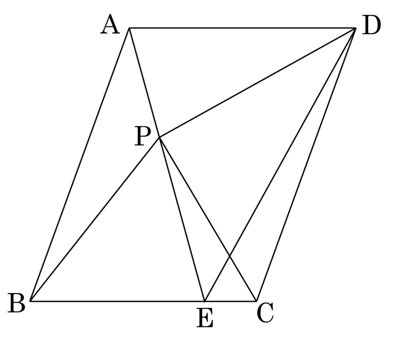
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$

ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

20. 오른쪽 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AP} : \overline{PE} = 2 : 3$이고 $\triangle APD = 8\,cm^2$일 때, $\triangle PBC$의 넓이를 구하여라.



▶ 답: cm^2

▷ 정답: $12\,cm^2$

해설

$\overline{AP} : \overline{PE}$에서 $\triangle APD : \triangle PED = 2 : 3$

$8 : \triangle PED = 2 : 3$

$\triangle PED = 12(cm^2)$

즉, $\triangle AED = 8 + 12 = 20(cm^2)$

$\square ABCD = 2 \times \triangle AED = 2 \times 20 = 40(cm^2)$

따라서 $\triangle APD + \triangle PBC = \frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$8 + \triangle PBC = \frac{1}{2} \times 40 = 20$

$\therefore\ \triangle PBC = 12(cm^2)$