

1. 다음 중 x 에 대한 이차다항식은?

① $2x + 2$

② $x^2y + x - y$

③ $2x^3 + x - 2$

④ $x^3 - x$

⑤ $xy^2 + y^2$

해설

①, ⑤는 x 에 대한 일차식

③, ④는 x 에 대한 삼차식

2. $P = a^3 + 4a^2b + 2ab^2$, $Q = -2a^2b + 3ab^2 - b^3$ 일 때, $3P - 2Q$ 를 계산하면?

① $3a^3 + 12a^2b + 2b^3$

② $3a^3 - 12a^2b + 2b^3$

③ $3a^3 + 16a^2b + 2b^3$

④ $3a^3 + 8a^2b + 2b^3$

⑤ $3a^3 - 8a^2b + 2b^3$

해설

$$\begin{aligned} & 3(a^3 + 4a^2b + 2ab^2) - 2(-2a^2b + 3ab^2 - b^3) \\ &= 3a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + 4a^2b - 6ab^2 + 2b^3 \\ &= 3a^3 + 16a^2b + 2b^3 \end{aligned}$$

3. $x^2y(-xy)^3$ 을 간단히 하면?

- ① $-x^4y^5$ ② xy^5 ③ $-x^5y^4$ ④ $-xy^5$ ⑤ x^2y^5

해설

$$x^2y(-xy)^3 = x^2y(-x^3y^3) = -x^5y^4$$

4. 다항식 $2x^3 + x^2 - 5x + 3$ 을 $x^2 + x - 1$ 로 나눌 때, 몫과 나머지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

직접 나누어 보면

∴ 몫 : $2x - 1$, 나머지 : $-2x + 2$

몫과 나머지의 합은 1

5. $(x - 2y - 3z)^2$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 12yz - 6zx$

② $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9z^2 + 12yz - 6zx$

③ $x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$

④ $4y^2 + 12yz + 9z^2 + (-4y - 6z)x + x^2$

⑤ $9z^2 + 4y^2 + x^2$

해설

$$(x - 2y - 3z)^2 = x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$$

6. $(x^3-3x^2+3x+4)(x^2+2x-5)$ 를 전개한 식에서 x^2 의 계수를 구하면?

① 10

② 15

③ 19

④ 21

⑤ 25

해설

전개식에서 x^2 항은

i) (이차항)×(삼차항)에서 $15x^2 + 4x^2 = 19x^2$

ii) (일차항)×(일차항)에서 $6x^2$

∴ x^2 의 계수는 $19 + 6 = 25$

7. $x + y = 4$, $xy = 3$ 일 때, $x^2 - xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x^2 - xy + y^2 = (x + y)^2 - 3xy = 7$$

8. 다항식 $f(x)$ 를 $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이 $3x - 4$ 이고, 나머지가 $2x + 5$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

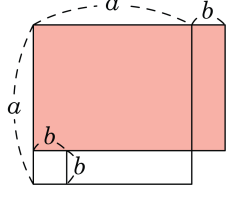
해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ &= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\ &= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0 \end{aligned}$$

9. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?

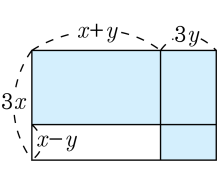


- ① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ② $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ③ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- ④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
- ⑤ $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설

$(a + b)(a - b) = ①' + ②$
①' = ③ 이므로
 $(a + b)(a - b) = ① + ② = a^2 - b^2$
 $\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

10. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?

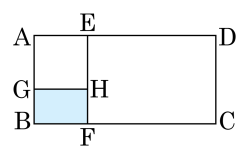


- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (x+4y)(3x) - (x+y)(x-y) \\ &= 3x^2 + 12xy - x^2 + y^2 \\ &= 2x^2 + 12xy + y^2 \end{aligned}$$

11. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



- ① $a^2 - 2ab - b^2$ ② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
 ③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$ ④ $-a^2 + 3ab - b^2$
 ⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$$\begin{aligned} \square GBFH &= \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD \\ &= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2 \\ &= -a^2 + 3ab - 2b^2 \end{aligned}$$

12. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, $ab + bc + ca = 9$, $a + b + c$ 의 값은?

① $-3\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{3}$

③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

13. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

14. 다항식 $f(x)$ 를 $x + \frac{1}{3}$ 으로 나누었을 때, 몫과 나머지를 $Q(x)$, R 라고 한다. 이 때, $f(x)$ 를 $3x + 1$ 으로 나눈 몫과 나머지를 구하면?

① $Q(x), R$

② $3Q(x), 3R$

③ $3Q(x), R$

④ $\frac{1}{3}Q(x), R$

⑤ $\frac{1}{3}Q(x), \frac{1}{3}R$

해설

$$f(x) = Q(x) \left(x + \frac{1}{3} \right) + R = \frac{1}{3} Q(x) (3x + 1) + R$$

15. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

- ① $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$
- ② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$
- ③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$
- ④ $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$
- ⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

- ① $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$
- ② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$
- ③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^6 - y^6$
- ⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

16. 두 다항식 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$, $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -21 ② -15 ③ -5 ④ -1 ⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^4 항의 계수는 x^3 의 계수와는 관계가 없다.
따라서 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 같다.
 $\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$

17. $(10^5 + 2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15

② 18

③ 21

④ 26

⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$$10^{15} + 2^3 + 3 \times 2 \times 10^5(10^5 + 2)$$

$$= 10^{15} + 2^3 + 6 \times 10^{10} + 12 \times 10^5$$

$$= 10^{15} + 10^{10} \times 6 + 10^5 \times 12 + 8$$

$$\therefore 1 + 6 + 1 + 2 + 8 = 18$$

18. $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$ 의 값을 구하면?

- ① $2^{32} - 1$ ② $2^{32} + 1$ ③ $2^{31} - 1$
④ $2^{31} + 1$ ⑤ $2^{17} - 1$

해설

주어진 식에 $(2 - 1) = 1$ 을 곱해도 값은 변하지 않으므로

$$\begin{aligned} P &= (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= \vdots \\ &= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1) \\ &= 2^{32} - 1 \end{aligned}$$

19. $a = (3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \cdots (3^{1024} + 1)$ 이라고 할 때 곱셈 공식을 이용하여 a 의 값을 지수의 형태로 나타내면 $\frac{1}{k}(3^l + m)$ 이다. 이 때, $k + l + m$ 의 값을 구하면?

- ① 2046 ② 2047 ③ 2048 ④ 2049 ⑤ 2050

해설

$$a = (3 + 1)(3^2 + 1) \cdots (3^{1024} + 1)$$

양변에 $(3 - 1)$ 을 곱하면
$$(3 - 1)a = (3 - 1)(3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1) \cdots (3^{1024} + 1)$$

$$2a = (3^2 - 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1) \cdots (3^{1024} + 1)$$

$$= (3^4 - 1)(3^4 + 1) \cdots (3^{1024} + 1)$$

$$= (3^8 - 1) \cdots (3^{1024} + 1)$$

$$\vdots$$

$$= (3^{2048} - 1)$$

양변을 2로 나누면
$$a = \frac{1}{2}(3^{2048} - 1)$$

$$\therefore k = 2, l = 2048, m = -1$$

$$\therefore k + l + m = 2049$$

20. $x + \frac{1}{x} = 1$ 일때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 1 - 3 = -2$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x}$$

$$(-1) \times (-2) = x^5 + \frac{1}{x^5} + 1$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

해설

$x + \frac{1}{x} = 1$ 의 양변에 x 를 곱하면

$$x^2 - x + 1 = 0, (x + 1)(x^2 - x + 1) = 0,$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1, \frac{1}{x^3} = -1$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -x^2 - \frac{1}{x^2} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= -(-1) = 1$$