1. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 것은?

① $y = 4x^2$ ② $y = \frac{1}{3}x^2$ ③ $y = -3x^2$

④ $y = \frac{1}{4}x^2$ ⑤ $y = 2x^2$

해설

위로 볼록하려면 (x^2의 계수) < 0 이므로 $y = -3x^2$

2. 다음 함수에서 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -5x^2$

② $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$

④ $y = 4(x+2)^2 - 7$

⑤ $y = \frac{3}{4}x^2 - 2x + 1$

해설

$-\frac{1}{2}$ 의 절댓값이 가장 작다.

3. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 아래로 볼록한 그래프이다.

② 점 $(-2,\ 4)$ 을 지난다.

③ 원점 $(0,\ 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.

④ $y = -x^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = x^2$ 은 아래로 볼록한 포물선이고 원점 $(0,\ 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. 따라서 ④이 답이다.

4. 이차함수 $y = x^2 + 4$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① y 축에 대하여 좌우대칭이다.

② 점 $(-2, 0)$ 을 지난다.

③ 꼭지점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다.

④ x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

⑤ $y = -x^2 - 4$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

② 점 $(-2, 8)$ 을 지난다.
④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

5. 지상으로부터 50m 인 지점에서 1 초에 45m 의 빠르기로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = -5t^2 + 45t + 50$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 5 초 후의 높이는 얼마인가?

① 100m ② 125m ③ 150m ④ 175m ⑤ 200m

해설

$h = -5t^2 + 45t + 50$ 에서 $t = 5$ 를 대입하면

$h = -125 + 225 + 50 = 150$

따라서 발사 후 5초 후의 높이는 150m 이다.

6. 어떤 정사각형에서 각 변의 길이를 2cm 씩 늘인 정사각형의 넓이는 2cm 씩 줄인 정사각형의 넓이의 9 배가 된다고 한다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는?

① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm 라고 하면

$(x+2)^2 = 9(x-2)^2$

$8x^2 - 40x + 32 = 0$

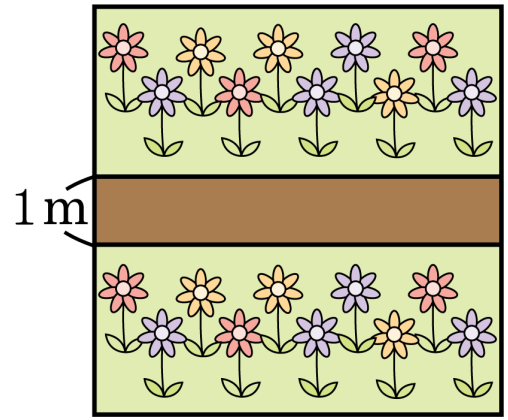
$x^2 - 5x + 4 = 0$

$(x-1)(x-4) = 0$

$x = 1,\ 4$

$x > 2$ 이므로 $x = 4(\text{cm})$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 1 m 가 되는 길을 1 개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 $30\,\mathrm{m}^2$ 였다. 꽃밭의 가로의 길이는?



① 3 m ② 4 m ③ 5 m

④ 6 m ⑤ 7 m

해설

정사각형의 가로의 길이를 x m 라고 하면

(꽃밭의 넓이) $= x(x-1)$

$x(x-1) = 30$

$\therefore\ x = 6 (\because x > 0)$

8. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2$ 일 때, 함숫값을 구한 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $f(-1) = -1$ ② $f(0) = -2$ ③ $f(1) = 1$

④ $f(2) = 2$ ⑤ $f(3) = 7$

해설

③ $f(1) = 1^2 - 2 = -1$

9. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 일 때, 함숫값을 구한 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

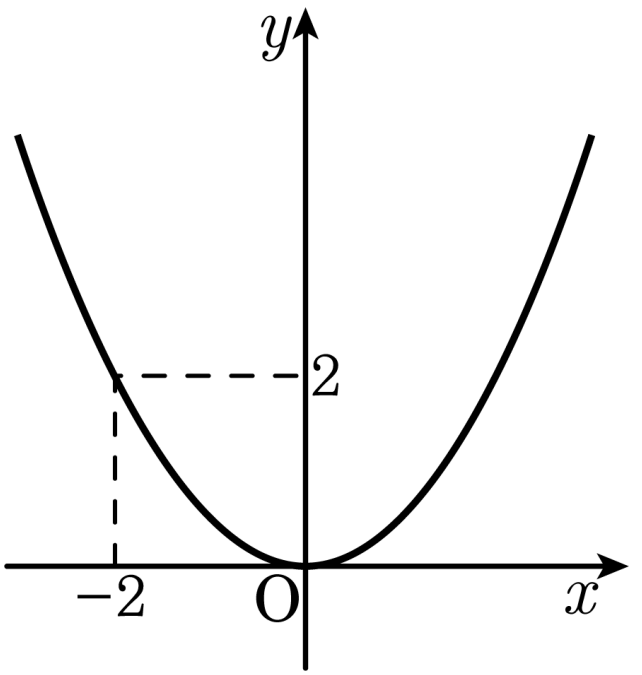
① $f(-1) = 0$ ② $f(0) = 0$ ③ $f(1) = -4$

④ $f(2) = -3$ ⑤ $f(5) = 12$

해설

② $f(0) = -3$

10. 다음 그림과 같이 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(-2,\ 2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



① $y=\frac{1}{4}x^2$ ② $y=\frac{1}{2}x^2$ ③ $y=\frac{3}{4}x^2$

④ $y=\frac{3}{2}x^2$ ⑤ $y=\frac{5}{4}x^2$

해설

$y=ax^2$ 의 그래프가 점 $(-2,\ 2)$ 를 지나므로

$2=a\times(-2)^2,\quad 4a=2\quad \therefore a=\frac{1}{2}$

따라서 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}x^2$ 이다.

11. 다음 중 $y = x^2$ 의 그래프와 $y = -x^2$ 의 공통점이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 3 개)

① 원점을 지난다.

② 아래로 볼록하다.

③ y 축에 대하여 대칭이다.

④ 그래프가 제 1 사분면을 지난다.

⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

x^2 의 계수가 양수면 아래로 볼록, 음수면 위로 볼록하다.

12. 다음 중 그 그래프가 위로 볼록하고, 폭이 가장 넓은 이차함수는?

① $y = x^2$ ② $y = -\frac{4}{3}x^2$ ③ $y = \frac{1}{2}x^2$

④ $y = -2x^2$ ⑤ $y = -\frac{1}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 아래로 볼록하면 $a > 0$, 위로 볼록하면 $a < 0$

$|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

따라서 x^2 의 계수가 음수 이면서 절댓값이 가장 작은 것은 ⑤ 이다.

13. 지면으로부터 초속 340m 로 똑바로 쏘아올린 공의 t 초 후의 높이를 $(-5t^2 + 340t)$m 라고 할 때, 공이 땅에 떨어질 때까지 걸리는 시간을 구하면?

① 0 초 또는 68 초
② 68 초
③ 48 초
④ 28 초
⑤ 18 초

해설

땅에 떨어질 때의 높이는 0m 이므로
$0 = -5t^2 + 340t, \ -5t(t-68) = 0$
따라서 68 초 후에 땅에 떨어진다.

14. 가로 3 cm, 세로 8 cm 의 직사각형이 있다. 가로의 길이를 x cm 만큼 늘리고, 세로의 길이를 x cm 만큼 줄였더니, 원래 직사각형 넓이보다 6 cm^2 만큼 커졌다. 다음 보기 중, x 를 구하는 이차방정식은?

① $x^2 + 5x + 6 = 0$

② $x^2 - 5x + 6 = 0$

③ $x^2 - 5x - 6 = 0$

④ $x^2 - 5x - 18 = 0$

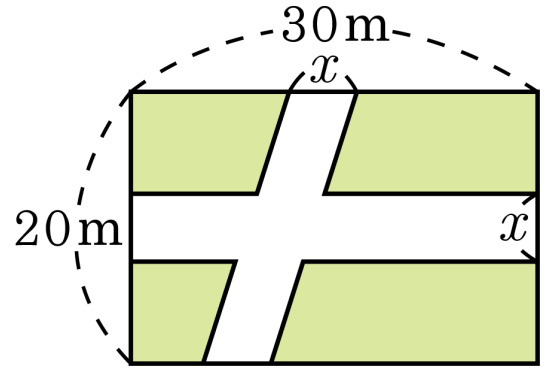
⑤ $x^2 + 5x - 18 = 0$

해설

$3 \times 8 + 6 = (3 + x)(8 - x)$

$\therefore x^2 - 5x + 6 = 0$

15. 다음 그림과 같이 가로 30 m, 세로 20 m 인 직사각형 모양의 잔디밭에 폭이 일정한 길을 만들려고 한다. 잔디밭의 넓이가 400 m^2 가 되게 하려고 할 때, 길의 폭을 x 라 하면 x 를 구하는 식으로 옳은 것은?



① $x^2 - 10x + 600 = 0$

② $x^2 - 20x + 400 = 0$

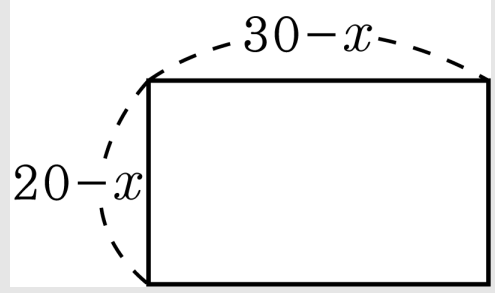
③ $x^2 - 30x - 200 = 0$

④ $x^2 + 40x + 200 = 0$

⑤ $x^2 - 50x + 200 = 0$

해설

다음 그림처럼 길을 한쪽으로 몰아 보면 잔디밭의 넓이는 색칠한 부분과 같다.



식을 세우면 $(30 - x)(20 - x) = 400$

$\therefore\ x^2 - 50x + 200 = 0$

16. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 의 값이 -1 에서 5 까지 증가할 때, y 의 값은 24 만큼 감소한다. 다음 중 이 그래프 위에 있는 점은?

보기

㉠ $(2,\ -4)$ ㉡ $(-4,\ -16)$ ㉢ $(3,\ 9)$

㉣ $(-4,\ -32)$ ㉤ $(4,\ -2)$

① ㉠,㉡ ② ㉠,㉣ ③ ㉡,㉣ ④ ㉢,㉤ ⑤ ㉣,㉤

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수를 $f(x) = ax^2$ 이라 하자.

$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f(-1) = a,\ f(5) = 25a$ 이므로 $25a - a = -24,\ 24a = -24,\ \ a = -1$ 이다.

$\therefore f(x) = -x^2$

㉠ $f(2) = -1 \times (2)^2 = -4 \quad \therefore (2,\ -4)$

㉣ $f(-4) = -1 \times (-4)^2 = -16 \quad \therefore (-4,\ -16)$

따라서 주어진 그래프 위의 점은 ㉠, ㉡이다.

17. 다음 중 평행이동이나 대칭이동을 하여도 포물선 $y = 3x^2 + 2$ 와 포갤 수 없는 것은?

① $y = -3x^2 - 2$ ② $y = 3x^2$ ③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}$

④ $y = 3x^2 - 2$ ⑤ $y = 3x^2 + 3$

해설

$y = 3x^2 + 2$ 와 포개지려면 이차항의 계수가 3 또는 -3 이 되어야 한다.

18. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (단, $a < 0$)(정답 2개)

① x축에 대하여 대칭이다

② 곡선 모양이 아래로 볼록하다.

③ y의 값의 범위가 $y \le 0$이다.

④ a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

⑤ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$이다.

해설

① y축에 대해 대칭이다.
② $a < 0$이므로 위로 볼록하다.
③ 위로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \le 0$
④ $y = ax^2$ 의 그래프는 $|a|$이 클수록 폭이 좁고, 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
⑤ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$이다.

19. 다음 보기는 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프의 특징을 적은 것이다. 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 꼭짓점이 원점이고, y축에 대하여 대칭이다.

㉡ $y = -3x^2$ 의 그래프와 x축에 대해 대칭이다.

㉢ 아래로 볼록하며, $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

㉣ y의 값의 범위는 $y \geq 0$이다.

㉤ $x < 0$인 범위에서 x가 증가하면 y도 증가한다.

① ㉠
② ㉠, ㉡
③ ㉠, ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y축, 즉 $x = 0$, $a > 0$이면 아래로 볼록,
$a < 0$이면 위로 볼록
$|a|$이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
$y = -ax^2$ 과 x축에 대하여 대칭.
㉣ 아래로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \geq 0$
이상의 성질에서 볼 때, ㉠, ㉡, ㉢, ㉣은 옳다.
㉤ 아래로 볼록하고 축이 $x = 0$이므로
$x > 0$일 때, x가 증가하면 y도 증가한다.
∴ 옳지 않다.

20. 이차함수 $y = 3x^2 + 2$, $y = 3(x-2)^2$ 의 그래프에 대해 설명한 것으로 옳은 것은?

① 대칭축이 서로 같다.

② 꼭짓점의 좌표가 같다.

③ $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

④ 모두 x 축과 만난다.

⑤ 점 $\left(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right)$ 을 지난다.

해설

$y = 3x^2 + 2$ 는 $y = 3x^2$ 을 y 축으로 2 만큼 평행이동한 것이고
$y = 3(x-2)^2$ 은 $y = 3x^2$ 을 x 축으로 2 만큼 평행이동한 것이다.