**1.** 유리식 $\frac{x^2-4}{x^2-1} \div \frac{x^2-x-2}{x^2+x}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{x}{x+1}$ ② $\frac{x}{x-1}$ ③ $\frac{x+2}{x-1}$
④ $\frac{x+2}{(x+1)(x-2)}$ ⑤ $\frac{x(x+2)}{(x+1)(x-1)}$

해설

$$(\text{준식}) = \frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x-1)} \times \frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)}$$
$$= \frac{x(x+2)}{(x+1)(x-1)}$$

**2.** $\dfrac{4}{7-\dfrac{3}{1-\dfrac{2}{5}}}$ 의 값은?

① 6　② 5　③ 4　④ 3　⑤ 2

해설

$$\frac{4}{7-\dfrac{3}{1-\dfrac{2}{5}}}=\frac{4}{7-\dfrac{3}{\dfrac{3}{5}}}=\frac{4}{7-5}=\frac{4}{2}=2$$

**3.** $x : y = 4 : 5$ 일 때, $\dfrac{x+y}{2x-y}$ 의 값은?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

$x : y = 4 : 5,\ x = 4k, y = 5k(k \neq 0)$ 이므로

$\dfrac{x+y}{2x-y} = \dfrac{4k+5k}{8k-5k} = \dfrac{9k}{3k} = 3$

**4.** $\frac{x}{3}=\frac{y}{2}\neq 0$일 때, $\frac{x-y}{x+y}$의 값을 구하면?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $1$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$\frac{x}{3}=\frac{y}{2}=k(k\neq 0)$라고 가정하면

$x=3k,\ y=2k$

$\therefore\ \frac{x-y}{x+y}=\frac{3k-2k}{3k+2k}=\frac{1}{5}$

**5.** $x^2 \neq 4$인 모든 실수 $x$에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$을 만족시키는 상수 $a$와 $b$가 있다. 이때, $a+b$의 값은?

① $-6$　② $-3$　③ $-1$　④ $2$　⑤ $4$

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$의 우변을 통분하여 계산하면

$$\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} = \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4}$$
$$= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}$$

따라서 $a-b=1,\ -2(a+b)=6$

$\therefore\ a=-1,\ b=-2$

$\therefore\ a+b=-1-2=-3$

**6.** 분수식 $\frac{1}{x(x+1)}+\frac{1}{(x+1)(x+2)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+1)}$ ② $\frac{1}{x(x+2)}$ ③ $\frac{1}{x(x+1)}$
④ $\frac{2}{x(x+2)}$ ⑤ $\frac{3}{x(x+2)}$

해설

$$\frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{(x+1)-x}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)$$
$$=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$$
$$\frac{1}{(x+1)(x+2)}$$
$$=\frac{1}{(x+2)-(x+1)}\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)$$
$$=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}$$
$$\therefore (\text{준식})=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}$$
$$=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+2}=\frac{2}{x(x+2)}$$

**7.** 함수 $y = \dfrac{x}{x+2}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① $-5$ ② $-4$ ③ $-3$ ④ $-2$ ⑤ $-1$

해설

함수 $y = \dfrac{x}{x+2}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a,\ y = b$ 는 점근선이다.
따라서 $y = \dfrac{(x+2)-2}{x+2} = \dfrac{-2}{x+2} + 1$ 에서
$a = -2,\ b = 1$ 이므로
$\therefore a + b = -2 + 1 = -1$

**8.** 함수 $y = \dfrac{2+x}{1-2x}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, $a$ 의 값을 구하면?

① $-1$　　② $-\dfrac{1}{2}$　　③ $0$　　④ $1$　　⑤ $\dfrac{1}{2}$

해설

$$y = \frac{x+2}{-2x+1}$$
$$= \frac{x+2}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)}$$
$$= \frac{\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)}$$
$$= \frac{\frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} - \frac{1}{2}$$
$$\therefore\ a = \frac{1}{2},\ b = -\frac{1}{2}$$

**9.** 함수 $y = \dfrac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.

② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.

③ 함수 $y = \dfrac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 $x$ 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.

④ 이 그래프는 $x$축을 지나지 않는다.

⑤ 함수 $y = \dfrac{2}{x-3}$ 의 그래프를 $y$ 축 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$y = \dfrac{2x-4}{x-3} = \dfrac{2(x-3)+2}{x-3} = \dfrac{2}{x-3} + 2$

그러므로 함수의 점근선은 $x = 3,\ y = 2$이고

$y = \dfrac{2}{x}$ 의 그래프를 $x$축 방향으로 3만큼,

$y$축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

**10.** 분수함수 $y = \dfrac{2x-3}{x+2}$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \dfrac{2x+3}{x-2}$ ② $y = \dfrac{2x-3}{x-2}$ ③ $y = \dfrac{-2x+3}{x-2}$
④ $y = \dfrac{-2x-3}{x-2}$ ⑤ $y = \dfrac{2x-3}{x+2}$

해설

$y = \dfrac{2x-3}{x+2}$ 에서 $x$를 $y$에 대한 식으로 나타내면

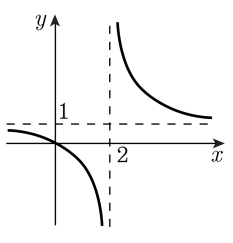
$y(x+2) = 2x-3,\ (y-2)x = -2y-3,$

$x = \dfrac{-2y-3}{y-2}$

$x$와 $y$를 바꾸면, $y = \dfrac{-2x-3}{x-2}$

따라서 구하는 역함수는 $y = \dfrac{-2x-3}{x-2}$

**11.** 함수 $y = \dfrac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?




① $-2$　　② $-1$　　③ $0$

④ $1$　　⑤ $2$

해설

점근선이 $x=2,\ y=1$ 이므로

$y = \dfrac{ax+b}{x+c} = a + \dfrac{b-ac}{x+c}$ 에서 $a=1,\ c=-2$ 이다.

그리고 원점을 지나므로 $b=0$ 이다.

$\therefore\ \ a+b+c=-1$

**12.** 함수 $y = \dfrac{3x-5}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, $ab$ 의 값들을 모두 구하면?

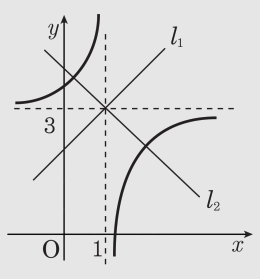
① 2, $-4$　　② $-2$, 4　　③ 2, 4

④ $-2$, $-4$　　⑤ 3, 5

해설

$y = \dfrac{3x-5}{x-1} = \dfrac{3(x-1)-2}{x-1} = \dfrac{-2}{x-1} + 3$

따라서 위의 그림과 같이 직선 $l_1$, $l_2$ 에 대하여




대칭이다.

$l_1$ : $y - 3 = 1 \cdot (x-1)$ $\therefore$ $y = x + 2$

$l_2$ : $y - 3 = -1 \cdot (x-1)$ $\therefore$ $y = -x + 4$

따라서 $ab = 2$ 또는 $ab = -4$

**13.** 유리함수 $f(x) = \dfrac{kx}{x+3}$ 의 그래프가 직선 $y = x$에 대하여 대칭일 때, 실수 $k$의 값은?

① $-5$　② $-3$　③ $-1$　④ $1$　⑤ $3$

해설

$f(x) = \dfrac{kx}{x+3}$가 직선 $y = x$에 대해 대칭이므로

$f(x) = f^{-1}(x)$ , $f^{-1}(x) = \dfrac{-3x}{x-k}$

$\dfrac{kx}{x+3} = \dfrac{-3x}{x-k}$

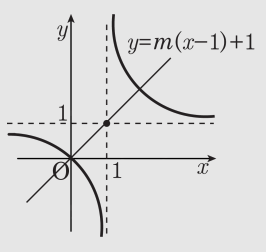
$\therefore\ k = -3$

**14.** 두 함수 $y = \dfrac{1}{x-1} + 1$, $y = m(x-1) + 1$ 의 그래프가 만날 때, 다음 중 $m$ 의 값이 될 수 있는 것을 고르면?

① $-3$　　② $-2$　　③ $-1$　　④ $0$　　⑤ $1$

해설

분수함수 $y = \dfrac{1}{x-1} + 1$ 의 그래프는
점근선이 $x = 1$, $y = 1$ 이고,
점 $(0,\ 0)$ 을 지난다.
$y = m(x-1) + 1$ 의 그래프는 점 $(1,\ 1)$ 을
지나는 직선이므로 두 함수가 만나기 위한
실수 $m$ 의 값의 범위는
다음 그림에서 $m > 0$ 이다.
따라서, 보기 중 $m$ 의 값이 될 수 있는 것은
⑤이다.



**15.** 분수함수 $f(x) = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 점 $(a-1,\ 2a)$ 를 지날 때, $1 \le x \le 3$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값은? (단, $a$ 는 상수)

① $\frac{1}{2}$　　② $1$　　③ $\frac{3}{2}$　　④ $2$　　⑤ $\frac{5}{2}$

해설

분수함수 $f(x) = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 점 $(a-1,\ 2a)$ 를 지나므로

$2a = \frac{a}{a-1}$, $2a^2 - 3a = 0$, $a(2a-3) = 0$

$\therefore a = \frac{3}{2} (\because a \ne 0)$

따라서 $f(x) = \frac{3}{2x}$ 이므로 $1 \le x \le 3$ 에서

함수 $f(x)$ 는 $x = 1$ 일 때 최댓값 $f(1) = \frac{3}{2}$ 을 가진다.

**16.** $x^2 - x - 6 \geq 0$ 일 때, 함수 $y = \dfrac{x+2}{x-2}$ 의 최댓값을 $M$ , 최솟값을 $m$ 이라 한다. 이때, $M + m$ 의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

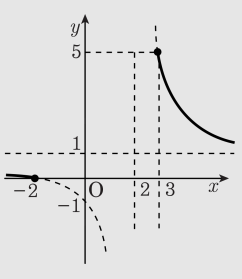
$x^2 - x - 6 \geq 0$ 에서

$(x+2)(x-3) \geq 0$

$\therefore\ x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$

$y = \dfrac{x+2}{x-2} = \dfrac{(x-2)+4}{x-2}$

$= \dfrac{4}{x-2} + 1$




즉, $x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$ 에서

$y = \dfrac{x+2}{x-2}$ 의 그래프는 다음 그림과

같으므로 $x = -2$ 일 때, 최솟값 0,

$x = 3$ 일 때, 최댓값 5

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 5 이다.

**17.** 분수함수 $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = mx + 1$ 과 만나지 않도록 하는 실수 $m$ 의 값의 범위를 구하면?

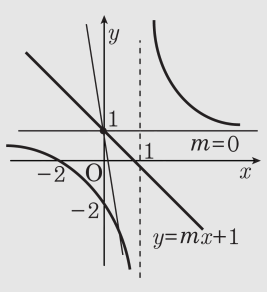
① $0 < m \le 12$　　② $-12 \le m < 0$　　③ $-12 < m \le 0$

④ $0 \le m < 12$　　⑤ $-12 \le m \le 12$

해설

$y = \dfrac{x+2}{x-1} = \dfrac{x-1+3}{x-1} = \dfrac{3}{x-1} + 1$ 이므로 함수 $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ 의 그래프는 $y = \dfrac{3}{x}$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 1 만큼, $y$ 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

( i ) 그림에서 $m = 0$ 일 때
두 그래프는 만나지 않는다.




( ii ) $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ 와 $y = mx + 1$ 에서

$\dfrac{x+2}{x-1} = mx + 1$

즉, $mx^2 - mx - 3 = 0$

이때, 판별식을 $D$ 라 하면

$D = m^2 + 12m < 0,\ m(m+12) < 0$

$\therefore\ -12 < m < 0$

( i ), ( ii ) 에서 구하는 실수 $m$ 의 값의 범위는

$-12 < m \le 0$

**18.** 함수 $y=\dfrac{x+2}{x-a}$ 의 그래프를 $x$축, $y$축 방향으로 각각 $-2$, $b$만큼 평행이동하면 함수 $y=\dfrac{3x+c}{x-2}$ 의 역함수의 그래프와 일치한다고 한다. 이때 $a+b+c$의 값은?

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

$y=\dfrac{3x+c}{x-2}$ 의 역함수를 $x$ 축으로 2 만큼 $y$ 축으로 $-b$ 만큼 평행이동한 것이

$y=\dfrac{x+2}{x-a}$ 와 일치한다.

$y=\dfrac{3x+c}{x-2}$ 의 역함수는 $y=\dfrac{2x+c}{x-3}$

이것을 평행이동하면 $y+b=\dfrac{2(x-2)+c}{x-5}$

이것을 정리하면 $y=\dfrac{(2-b)x+5b+c-4}{x-5}$

$y=\dfrac{x+2}{x-a}$ 와 계수를 비교하면 $a=5,\ b=1,\ c=1$

$\therefore\ a+b+c=7$

**19.** 함수 $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+2}$ , $f(g(x))=x$를 만족하는 $g(x)=\dfrac{bx+c}{x+a}$ 일 때, $a+b+c$의 값은?

① $-5$　　② $-4$　　③ $-1$　　④ $1$　　⑤ $2$

해설

$f(g(x))=x$에서

$\therefore\ g(x)=f^{-1}(x)$

$y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ 로 놓으면

$y(x+2)=2x-1,\ yx+2y=2x-1$

$yx-2x=-1-2y,\ x(y-2)=-1-2y$

$x=\dfrac{-1-2y}{y-2}$

$\therefore\ f^{-1}(x)=\dfrac{-2x-1}{x-2}=g(x)$

$\dfrac{-2x-1}{x-2}=\dfrac{bx+c}{x+a}$ 에서

$a=-2, b=-2, c=-1$

$\therefore\ a+b+c=-2-2-1=-5$

**20.** $0 \le x \le 2$일 때, 함수 $y = \dfrac{2x-4}{x-4}$의 최댓값을 $M$, 최솟값을 $m$이라 한다. $Mm$의 값은?

① $-2$　　② $-1$　　③ $0$　　④ $1$　　⑤ $2$

해설

$y = \dfrac{2x-4}{x-4} = \dfrac{4}{x-4} + 2$

$x = 0$일 때 최대이므로, $M = \dfrac{4}{0-4} + 2 = 1$

$x = 2$일 때 최소이므로, $m = \dfrac{4}{2-4} + 2 = 0$

$\therefore \quad Mm = 1 \times 0 = 0$