

1. 유리식 $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} \div \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{x}{x+1}$

② $\frac{x}{x-1}$

③ $\frac{x+2}{x-1}$

④ $\frac{x+2}{(x+1)(x-2)}$

⑤ $\frac{x(x+2)}{(x+1)(x-1)}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x-1)} \times \frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)} \\ &= \frac{x(x+2)}{(x+1)(x-1)}\end{aligned}$$

2. $\frac{\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}}}$ 의 값은?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\frac{\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}}} = \frac{\frac{4}{7 - \frac{3}{\frac{3}{5}}}} = \frac{\frac{4}{7 - 5}} = \frac{4}{2} = 2$$

3. $x : y = 4 : 5$ 일 때, $\frac{x+y}{2x-y}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$x : y = 4 : 5$, $x = 4k, y = 5k (k \neq 0)$ 이므로

$$\frac{x+y}{2x-y} = \frac{4k+5k}{8k-5k} = \frac{9k}{3k} = 3$$

4. $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} \neq 0$ 일 때, $\frac{x-y}{x+y}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{3}{2}$

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = k (k \neq 0) \text{ 라고 가정하면}$$

$$x = 3k, y = 2k$$

$$\therefore \frac{x-y}{x+y} = \frac{3k-2k}{3k+2k} = \frac{1}{5}$$

5. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$

$$\therefore a=-1, b=-2$$

$$\therefore a+b=-1-2=-3$$

6. 분수식 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+1)}$

② $\frac{1}{x(x+2)}$

③ $\frac{1}{x(x+1)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+2)}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{x(x+1)} &= \frac{1}{(x+1)-x} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(x+1)(x+2)} \\ &= \frac{1}{(x+2)-(x+1)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{2}{x(x+2)}\end{aligned}$$

7. 함수 $y = \frac{x}{x+2}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a + b$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

함수 $y = \frac{x}{x+2}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고

치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x+2)-2}{x+2} = \frac{-2}{x+2} + 1$ 에서

$a = -2$, $b = 1$ 이므로

$\therefore a + b = -2 + 1 = -1$

8. 함수 $y = \frac{2+x}{1-2x}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ 0

④ 1

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{x+2}{-2x+1} \\ &= \frac{x+2}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\left(x-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} - \frac{1}{2} \\ \therefore a &= \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

9. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.
- ② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.
- ③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.
- ⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$$

그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고

$y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,

y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

10. 분수함수 $y = \frac{2x-3}{x+2}$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \frac{2x+3}{x-2}$

② $y = \frac{2x-3}{x-2}$

③ $y = \frac{-2x+3}{x-2}$

④ $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

⑤ $y = \frac{2x-3}{x+2}$

해설

$y = \frac{2x-3}{x+2}$ 에서 x 를 y 에 대한 식으로 나타내면

$$y(x+2) = 2x-3, (y-2)x = -2y-3,$$

$$x = \frac{-2y-3}{y-2}$$

x 와 y 를 바꾸면, $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

따라서 구하는 역함수는 $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

11. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

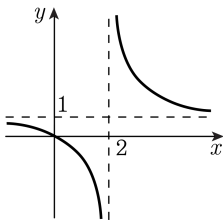
① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2



해설

점근선이 $x=2$, $y=1$ 이므로

$$y = \frac{ax+b}{x+c} = a + \frac{b-ac}{x+c} \text{ 에서 } a=1, c=-2 \text{ 이다.}$$

그리고 원점을 지나므로 $b=0$ 이다.

$$\therefore a+b+c = -1$$

12. 함수 $y = \frac{3x-5}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, ab 의 값들을 모두 구하면?

① 2, -4

② -2, 4

③ 2, 4

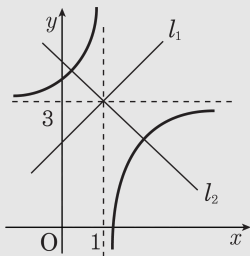
④ -2, -4

⑤ 3, 5

해설

$$y = \frac{3x-5}{x-1} = \frac{3(x-1)-2}{x-1} = \frac{-2}{x-1} + 3$$

따라서 위의 그림과 같이 직선 l_1, l_2 에 대하여



대칭이다.

$$l_1 : y - 3 = 1 \cdot (x - 1) \therefore y = x + 2$$

$$l_2 : y - 3 = -1 \cdot (x - 1) \therefore y = -x + 4$$

따라서 $ab = 2$ 또는 $ab = -4$

13. 유리함수 $f(x) = \frac{kx}{x+3}$ 의 그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, 실수 k 의 값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$f(x) = \frac{kx}{x+3}$ 가 직선 $y = x$ 에 대해 대칭이므로

$$f(x) = f^{-1}(x), f^{-1}(x) = \frac{-3x}{x-k}$$

$$\frac{kx}{x+3} = \frac{-3x}{x-k}$$

$$\therefore k = -3$$

14. 두 함수 $y = \frac{1}{x-1} + 1$, $y = m(x-1) + 1$ 의 그래프가 만날 때, 다음 중 m 의 값이 될 수 있는 것을 고르면?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

분수함수 $y = \frac{1}{x-1} + 1$ 의 그래프는

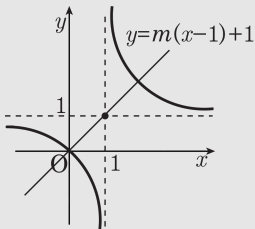
점근선이 $x = 1$, $y = 1$ 이고,

점 $(0, 0)$ 을 지난다.

$y = m(x-1) + 1$ 의 그래프는 점 $(1, 1)$ 을
지나는 직선이므로 두 함수가 만나기 위한
실수 m 의 값의 범위는

다음 그림에서 $m > 0$ 이다.

따라서, 보기 중 m 의 값이 될 수 있는 것은
⑤이다.



15. 분수함수 $f(x) = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 점 $(a-1, 2a)$ 를 지날 때, $1 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값은? (단, a 는 상수)

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

분수함수 $f(x) = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 점 $(a-1, 2a)$ 를 지나므로

$$2a = \frac{a}{a-1}, 2a^2 - 3a = 0, a(2a-3) = 0$$

$$\therefore a = \frac{3}{2} (\because a \neq 0)$$

따라서 $f(x) = \frac{3}{2x}$ 이므로 $1 \leq x \leq 3$ 에서

함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최댓값 $f(1) = \frac{3}{2}$ 을 가진다.

16. $x^2 - x - 6 \geq 0$ 일 때, 함수 $y = \frac{x+2}{x-2}$ 의

최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다.

이때, $M + m$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 - x - 6 \geq 0$ 에서

$$(x+2)(x-3) \geq 0$$

$\therefore x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$

$$y = \frac{x+2}{x-2} = \frac{(x-2)+4}{x-2}$$

$$= \frac{4}{x-2} + 1$$

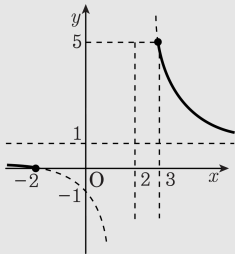
즉, $x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$ 에서

$y = \frac{x+2}{x-2}$ 의 그래프는 다음 그림과

같으므로 $x = -2$ 일 때, 최솟값 0,

$x = 3$ 일 때, 최댓값 5

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 5 이다.



17. 분수함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = mx + 1$ 과 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

① $0 < m \leq 12$

② $-12 \leq m < 0$

③ $-12 < m \leq 0$

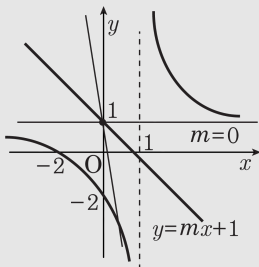
④ $0 \leq m < 12$

⑤ $-12 \leq m \leq 12$

해설

$y = \frac{x+2}{x-1} = \frac{x-1+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$ 이므로 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프는 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

- (i) 그림에서 $m = 0$ 일 때
두 그래프는 만나지 않는다.



- (ii) $y = \frac{x+2}{x-1}$ 와 $y = mx + 1$ 에서

$$\frac{x+2}{x-1} = mx + 1$$

$$\text{즉, } mx^2 - mx - 3 = 0$$

이때, 판별식을 D 라 하면

$$D = m^2 + 12m < 0, m(m+12) < 0$$

$$\therefore -12 < m < 0$$

- (i), (ii)에서 구하는 실수 m 의 값의 범위는

$$-12 < m \leq 0$$

18. 함수 $y = \frac{x+2}{x-a}$ 의 그래프를 x 축, y 축 방향으로 각각 -2 , b 만큼 평행 이동하면 함수 $y = \frac{3x+c}{x-2}$ 의 역함수의 그래프와 일치한다고 한다. 이때 $a+b+c$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$y = \frac{3x+c}{x-2}$ 의 역함수를 x 축으로 2 만큼 y 축으로 $-b$ 만큼 평행이동한 것이

$y = \frac{x+2}{x-a}$ 와 일치한다.

$y = \frac{3x+c}{x-2}$ 의 역함수는 $y = \frac{2x+c}{x-3}$

이것을 평행이동하면 $y+b = \frac{2(x-2)+c}{x-5}$

이것을 정리하면 $y = \frac{(2-b)x+5b+c-4}{x-5}$

$y = \frac{x+2}{x-a}$ 와 계수를 비교하면 $a=5$, $b=1$, $c=1$

$\therefore a+b+c=7$

19. 함수 $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$, $f(g(x)) = x$ 를 만족하는 $g(x) = \frac{bx+c}{x+a}$ 일 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$f(g(x)) = x \text{에서}$$

$$\therefore g(x) = f^{-1}(x)$$

$$y = \frac{2x-1}{x+2} \text{로 놓으면}$$

$$y(x+2) = 2x-1, yx+2y = 2x-1$$

$$yx-2x = -1-2y, x(y-2) = -1-2y$$

$$x = \frac{-1-2y}{y-2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{-2x-1}{x-2} = g(x)$$

$$\frac{-2x-1}{x-2} = \frac{bx+c}{x+a} \text{에서}$$

$$a = -2, b = -2, c = -1$$

$$\therefore a+b+c = -2-2-1 = -5$$

20. $0 \leq x \leq 2$ 일 때, 함수 $y = \frac{2x-4}{x-4}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. Mm 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-4} = \frac{4}{x-4} + 2$$

$$x=0 \text{ 일 때 최대이므로, } M = \frac{4}{0-4} + 2 = 1$$

$$x=2 \text{ 일 때 최소이므로, } m = \frac{4}{2-4} + 2 = 0$$

$$\therefore Mm = 1 \times 0 = 0$$