

1. 다음 중 제곱근을 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것은 모두 몇 개인가?

12, 0.4, $\frac{1}{16}$, 0.4, $\frac{4}{25}$

- ① 1개
- ② 2개
- ③ 3개
- ④ 4개
- ⑤ 5개

해설

12 의 제곱근 $\pm \sqrt{12}$
0.4 의 제곱근 $\pm \sqrt{0.4}$
 $\frac{1}{16}$ 의 제곱근 $\pm \frac{1}{4}$
0.4 의 제곱근 $\pm \frac{2}{3}$
 $\frac{4}{25}$ 의 제곱근 $\pm \frac{2}{5}$

2. 다음 중 바르지 않은 것을 고르면?

① $\sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}$

② $-\sqrt{\frac{64}{121}} = -\frac{8}{11}$

③ $\sqrt{(0.4)} = \frac{2}{3}$

④ $\sqrt{0.01} = 0.0001$

⑤ $-\sqrt{49} = -7$

해설

$\sqrt{0.01} = 0.1$

3. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 네 번째에 오는 수는?

4, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $-\sqrt{12}$, -2 , $\sqrt{3}$

① 4

② $\sqrt{\frac{1}{2}}$

③ $-\sqrt{12}$

④ -2

⑤ $\sqrt{3}$

해설

4, $\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, -2 , $-\sqrt{12}$ 의 순서이므로 네 번째에 오는 수는 -2 이다.

4. $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}-\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$ 을 계산하면?

① $1-\sqrt{3}$

② $5-3\sqrt{3}$

③ 0

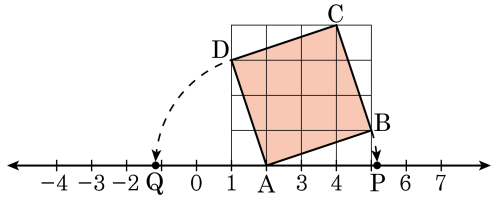
④ $-5-\sqrt{3}$

⑤ $5-\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3}-2 < 0, \quad 2-\sqrt{3} > 0 \text{ 이므로} \\ |\sqrt{3}-2| - |2-\sqrt{3}| &= -(\sqrt{3}-2) - (2-\sqrt{3}) \\ &= -\sqrt{3}+2-2+\sqrt{3} \\ &= 0\end{aligned}$$

5. 다음 그림에서 수직선 위의 점 P 와 Q 사이의 거리를 구하면? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



- ① 6 ② 8 ③ $\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $3\sqrt{10}$

해설

□ABCD 의 넓이는 (큰 정사각형 넓이)-(삼각형 네 개의 넓이의 합)

□ABCD 의 넓이는 $16 - 4 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = 10$

∴ □ABCD 의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.

$\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{AD} = \overline{AQ} = \sqrt{10}$

점 P 는 2 보다 $\sqrt{10}$ 만큼 큰 수에 대응하는 점이다. $P(2 + \sqrt{10})$

점 Q 는 2 보다 $\sqrt{10}$ 만큼 작은 수에 대응하는 점이다. $Q(2 - \sqrt{10})$

∴ $\overline{PQ} = (2 + \sqrt{10}) - (2 - \sqrt{10}) = 2\sqrt{10}$

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 두 정수 0과 1 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{9}$ 와 $\sqrt{16}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ 수직선은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.
- ④ 모든 실수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ⑤ 서로 다른 무리수 사이에는 무수히 많은 정수들이 있다.

해설

정수는 서로 다른 두 수 사이에 유한개 존재한다.

7. $\sqrt{\frac{6}{128}}$ 을 근호 안의 수가 가장 작은 자연수가 되도록 하면 $\frac{\sqrt{a}}{b}$ 가 된다. 이 때, 자연수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 8 ④ 11 ⑤ 16

해설

$$\sqrt{\frac{6}{128}} = \sqrt{\frac{2 \times 3}{2^3 \times 4^2}} = \sqrt{\frac{3}{2^2 \times 4^2}} = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

$$\therefore a = 3, b = 8$$

$$\therefore a + b = 3 + 8 = 11$$

8. $\sqrt{5} \left(\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{10}} + \frac{5}{\sqrt{9}} \right) + \frac{3+4\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = a\sqrt{5} + b\sqrt{10}$ 일 때, $b-a$ 의 값은?
(단, a, b 는 유리수)

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{7}{15}$ ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{5} \left(\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{10}} + \frac{5}{\sqrt{9}} \right) + \frac{3+4\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \\ &= 2\sqrt{10} + \frac{5\sqrt{5}}{3} + \frac{3\sqrt{5}+4\sqrt{10}}{5} \\ &= 2\sqrt{10} + \frac{4\sqrt{10}}{5} + \left(\frac{5}{3} + \frac{3}{5} \right) \sqrt{5} \\ &= \frac{14\sqrt{10}}{5} + \frac{34}{15} \sqrt{5} \\ & a = \frac{34}{15}, b = \frac{14}{5} \\ & \therefore b-a = \frac{8}{15} \end{aligned}$$

9. $5 + \sqrt{11}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $11 - \sqrt{11}$

해설

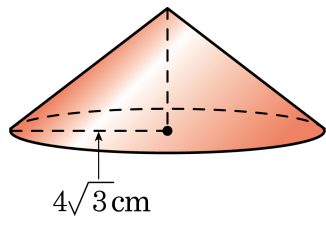
$\sqrt{11} = 3.\times\times\times$ 이므로

$5 + \sqrt{11} = 8.\times\times\times$ 이 된다.

$a = 8, b = (5 + \sqrt{11}) - 8 = -3 + \sqrt{11}$

$\therefore a - b = 8 - (-3 + \sqrt{11}) = 11 - \sqrt{11}$

10. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $4\sqrt{3}\text{ cm}$ 인 원뿔의 부피가 $32\sqrt{7}\pi\text{ cm}^3$ 일 때, 높이를 구하면?



- ① $\sqrt{7}\text{ cm}$ ② $2\sqrt{2}\text{ cm}$ ③ $2\sqrt{7}\text{ cm}$
④ $3\sqrt{2}\text{ cm}$ ⑤ $3\sqrt{7}\text{ cm}$

해설

$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times (\text{밑넓이}) \times (\text{높이})$$

$$32\sqrt{7}\pi = \frac{1}{3} \times \pi(4\sqrt{3})^2 \times h$$

$$= 16\pi \times h$$

$$\therefore h = 2\sqrt{7}$$

11. $(x+y+3)(x+y-2) = Ax^2 + By^2 + Cxy + x + y - 6$ 이 성립할 때, $A+B+C$ 의 값은? (단, A, B, C 는 상수)

① -12

② -6

③ 0

④ 4

⑤ 8

해설

$x+y=t$ 로 치환하면

$$(t+3)(t-2) = t^2 + t - 6$$

$t = x+y$ 를 대입하면

$$(x+y)^2 + (x+y) - 6$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 + x + y - 6$$

$$A = 1, B = 1, C = 2$$

$$\therefore A+B+C = 4$$

12. $(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는?

① -12

② -7

③ 3

④ 6

⑤ 8

해설

$(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)$
 $= \{(x+1)(x-3)\}\{(x+2)(x-4)\}$
 $= (x^2-2x-3)(x^2-2x-8)$
 x^2 이 나오는 항은 $-8x^2+4x^2-3x^2$ 이다.
따라서 x^2 의 계수는 -7 이다.

13. 다음 중 주어진 수의 계산을 간편하게 하기 위하여 이용되는 곱셈 공식을 가장 바르게 나타낸 것은? (단, 문자는 자연수)

- ① $201^2 \rightarrow (a-b)^2$
- ② $499^2 \rightarrow (a+b)^2$
- ③ $997^2 \rightarrow (a+b)(a-b)$
- ④ $103 \times 97 \rightarrow (ax+b)(cx+d)$
- ⑤ $104 \times 105 \rightarrow (x+a)(x+b)$

해설

- ① $201^2 = (200+1)^2 \Rightarrow (a+b)^2$
- ② $499^2 = (500-1)^2 \Rightarrow (a-b)^2$
- ③ $997^2 = (1000-3)^2 \Rightarrow (a-b)^2$
- ④ $103 \times 97 = (100+3)(100-3) \Rightarrow (a+b)(a-b)$

14. $4x^2 + ax + 16 = (bx + c)^2$ 에서 $a + b + c$ 의 값은? (단, $b > 0$, $c < 0$)

- ① -7 ② -10 ③ -12 ④ -15 ⑤ -18

해설

$4x^2 + ax + 16 = (2x - 4)^2$ 이므로
 $a = -16, b = 2, c = -4$
 $\therefore a + b + c = -16 + 2 - 4 = -18$

15. 다음 식에서 상수 A , B 의 값을 구하여라.

$$(x + A)(3x - 3) = 3x^2 + 3x - B$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 2$

▷ 정답 : $B = 6$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) \quad &= 3x^2 - 3x + 3Ax - 3A \\ &= 3x^2 + 3x - B\end{aligned}$$

$$-3 + 3A = 3$$

$$\therefore A = 2$$

$$-3A = -3 \times 2 = -6 = -B$$

$$\therefore B = 6$$

16. $x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 인수분해 하면 $(x - 2)(ax + by + c)$ 이다.
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 5$

해설

$x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 x 에 관해 정리하면
 $x^2 + (3y - 1)x - 2(3y + 1) = (x - 2)(x + 3y + 1)$
 $\therefore a = 1, b = 3, c = 1$
 $\therefore a + b + c = 5$

17. 인수분해 공식을 이용하여 $2 \times 20^2 - 2 \times 40 + 2$ 를 계산할 때, 이용된 공식을 다음 보기 중에서 모두 고르면?

- ㉠

$ma + mb = m(a + b)$
- ㉡

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- ㉢

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- ㉤

$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

- ①

㉠
- ②

㉠, ㉡
- ③

㉠, ㉢
- ④

㉡, ㉢
- ⑤

㉠, ㉡, ㉤

해설

$$\begin{aligned} &2 \times 20^2 - 2 \times 40 + 2 \\ &= 2(20^2 - 40 + 1) \rightarrow ma + mb = m(a + b) \\ &= 2(20^2 - 2 \times 20 \times 1 + 1^2) \\ &= 2(20 - 1)^2 \rightarrow a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \\ &= 2 \times 19^2 \end{aligned}$$

18. 두 이차방정식 $2x^2 + 3x - 2 = 0$, $2x^2 + 7x + 6 = 0$ 의 공통인 해를 구하면?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, x = -2$$

$$2x^2 + 7x + 6 = 0$$

$$(2x + 3)(x + 2) = 0$$

$$x = -\frac{3}{2}, x = -2$$

따라서 공통인 해는 $x = -2$

19. 이차방정식 $(x+4)^2 = k$ 의 두 근의 곱이 13 일 때, k 의 값은?

- ① 3 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}x+4 &= \pm \sqrt{k} \\x &= -4 \pm \sqrt{k} \\(-4 + \sqrt{k})(-4 - \sqrt{k}) &= 13 \\16 - k &= 13 \\\therefore k &= 3\end{aligned}$$

20. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 근을 갖는 것을 모두 골라라.

㉠ $2x^2 - 5x - 3 = 0$

㉡ $4x^2 + 1 = 0$

㉢ $x^2 - 2x + 4 = 0$

㉣ $2x^2 - 6x + 1 = 0$

㉤ $9x^2 + 6x + 1 = 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

㉠ $2x^2 - 5x - 3 = 0$, $x = -\frac{1}{2}, 3$ 이다.

㉡ $D = -4 \times 4 \times 1 = -16 < 0$ 이므로 근이 없다.

㉢ $D = (-2)^2 - 4 \times 4 = -12 < 0$ 이므로 근이 없다.

㉣ $2x^2 - 6x + 1 = 0$, $x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$ 이다.

㉤ $(3x + 1)^2 = 0$, $x = -\frac{1}{3}$ 로 중근이다.

21. 어떤 원의 반지름의 길이를 4cm 늘렸더니 늘어난 부분의 넓이는 처음 원의 넓이의 3 배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

처음 원의 반지름의 길이를 x cm 라고 하면,

$$\pi(x+4)^2 - \pi x^2 = 3\pi x^2$$

$$x^2 + 8x + 16 - x^2 = 3x^2$$

$$3x^2 - 8x - 16 = 0$$

$$(3x+4)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ cm} (\because x > 0)$$

22. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{7}{9}$ 의 제곱근은 $\pm \frac{\sqrt{7}}{3}$ 이다.
- ② 1.5 의 제곱근은 1 개이다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{4}$ 는 $\frac{3}{2}$ 이다.
- ④ 제곱근 25 는 5 이다.
- ⑤ 자연수가 아닌 수의 제곱근은 없다.

해설

- ② 1.5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{1.5}$ 로 2 개이다.
- ⑤ 0 의 제곱근은 0 이다.

23. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{7} - 6, b = \sqrt{3} + \sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

- $\textcircled{\text{㉠}}$ $b - a > 0$
- $\textcircled{\text{㉡}}$ $a - b < 0$
- $\textcircled{\text{㉢}}$ $ab < 0$
- $\textcircled{\text{㉤}}$ $a + 3 < 0$
- $\textcircled{\text{㉥}}$ $b - \sqrt{7} < 2$

- $\textcircled{1}$ $\textcircled{\text{㉠}}$
- $\textcircled{2}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$
- $\textcircled{3}$ $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{4}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{5}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}, \textcircled{\text{㉥}}$

해설

$$\begin{aligned} b - a &= \sqrt{3} + \sqrt{7} - (\sqrt{7} - 6) \\ \textcircled{\text{㉠}} \quad &= \sqrt{3} + 6 \\ &= \sqrt{36} + \sqrt{9} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \\ a - b &= \sqrt{7} - 6 - (\sqrt{3} + \sqrt{7}) \\ \textcircled{\text{㉡}} \quad &= -6 - \sqrt{3} \\ &= -\sqrt{36} - \sqrt{3} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \\ \textcircled{\text{㉢}} \quad a &= \sqrt{7} - 6 = \sqrt{7} - \sqrt{36} < 0 \\ b &= \sqrt{3} + \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \\ \textcircled{\text{㉤}} \quad a + 3 &= (\sqrt{7} - 6) + 3 = \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a + 3 &< 0 \\ \textcircled{\text{㉥}} \quad (\text{좌변}) &= b - \sqrt{7} = \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{7} = \sqrt{3} \\ (\text{우변}) &= 2 = \sqrt{4} \\ \therefore b - \sqrt{7} &< 2 \end{aligned}$$

24. 다음 중 수직선에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

$3 + \sqrt{3}, 2\sqrt{3} - 1, 1 + \sqrt{2}, \sqrt{3} - 2, 6 - \sqrt{3}$

- ① $3 + \sqrt{3}$

② $2\sqrt{3} - 1$

③ $1 + \sqrt{2}$

④ $\sqrt{3} - 2$

⑤ $6 - \sqrt{3}$

해설

① $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$
 $3 + \sqrt{1} < 3 + \sqrt{3} < 3 + \sqrt{4}$
 $\therefore 4 < 3 + \sqrt{3} < 5$
② $2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1$
 $\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$
 $\sqrt{9} - 1 < \sqrt{12} - 1 < \sqrt{16} - 1$
 $\therefore 2 < \sqrt{12} - 1 < 3$
③ $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$
 $1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$
 $\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3$
④ $\sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$
음수이므로 제일 왼쪽에 있다.
⑤ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$
 $6 - \sqrt{4} < 6 - \sqrt{3} < 6 - \sqrt{1}$
 $\therefore 4 < 6 - \sqrt{3} < 5$
①과 ⑤를 비교해 보면
 $3 + \sqrt{3} - (6 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0$
 $\therefore 3 + \sqrt{3} > 6 - \sqrt{3}$

25. $a - b = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $a^2 + b^2 - 2ab - 4a + 4b + 4$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a - b)^2 - 4(a - b) + 4 \\&= \{(a - b)^2 - 2\}^2 \\&= \{(\sqrt{3} + 2) - 2\}^2 \\&= 3\end{aligned}$$

26. $7x - 5 < 4(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

① $x = 0, x = 1$

② $x = 2$

③ $x = 2, x = 3$

④ $x = 3$

⑤ $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 < 4(x + 1)$ 에서 $7x - 4x < 4 + 5, 3x < 9 \therefore x < 3$
따라서 x 의 값은 1, 2이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는 $x = 2, x = 3$ 이므로 해는 $x = 2$ 가 된다.

27. x 에 대한 이차방정식 $(m+1)x^2 + (m^2+3m-4)x - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 곱이 $-\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=29$

해설

한 근이 2이므로 $x=2$ 를 대입하면
 $4(m+1) + 2(m^2+3m-4) - 8 = 0$
 $2m^2 + 10m - 12 = 0$
 $m^2 + 5m - 6 = 0$
 $(m+6)(m-1) = 0$
 $m = -6$ 또는 $m = 1$
i) $m = 1$ 일 때,
 $2x^2 - 8 = 0$
 $x^2 = 4$
 $x = 2$ 또는 $x = -2$ ($-2 < 0$ 이므로 부적합)
ii) $m = -6$ 일 때,
 $-5x^2 + 14x - 8 = 0$
 $5x^2 - 14x + 8 = 0$
 $(x-2)(5x-4) = 0$
 $x = 2$ 또는 $x = \frac{4}{5}$ (두 근이 모두 양수이므로 적합)
따라서 $m = -6$ 이고, 다른 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이므로 $-6 \times \frac{5}{4} = -\frac{24}{5}$
 $\therefore a = 24, b = 5$
 $\therefore a + b = 15 + 2 = 29$

28. 이차방정식 $x^2 - 6x + (a - 1) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 값을 모두 더하면?

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$x^2 - 6x = -a + 1, x^2 - 6x + 9 = -a + 10, (x - 3)^2 = -a + 10$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{-a + 10}, x = 3 \pm \sqrt{10 - a}$$

두 근이 정수가 되려면 $10 - a$ 가 제곱수가 되어야 하므로

$$10 - a = 9, 4, 1 \text{ 에서 } a = 1, 6, 9$$

따라서 a 값들의 합은 $1 + 6 + 9 = 16$ 이다.

29. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $9x^2 + 18xy + 9y^2 = 2x + 2y$ 의 관계가 성립할 때, $x + y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

$$9(x + y)^2 - 2(x + y) = 0$$

$A = x + y$ 라 하면 $A(9A - 2) = 0$ 이다.

$\therefore A = 0$ 또는 $A = \frac{2}{9}$ 이다.

$\therefore x + y = 0$ 또는 $x + y = \frac{2}{9}$

30. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 m , 두 번째 나온 눈의 수를 k 라고 할 때,
이차방정식 $mx^2 + (k - 2)x + 2 = 0$ 의 근이 중근이 되는 확률을 $\frac{b}{a}$ 라고 한다. $a + b$ 의 값을 구하여라.(단, a, b 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k - 2)^2 - 8m = 0$$

$(k - 2)^2 = 8m$ 이므로

$(m, k) = (2, 6)$ 이다.

확률은 $\frac{1}{36}$ 이다.

$$\therefore a + b = 37$$

31. 자연수 1에서 $n-1$ 까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$ 이다. 자연수 6부터 $n-1$ 까지의 합이 21일 때, n 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} &(6+7+8+\cdots+n-1) \\ &= (1+2+\cdots+n-1) - (1+2+3+4+5) \\ &\frac{(n-1)n}{2} - 15 = 21 \text{ 이므로} \\ &n(n-1) = 72 \\ &n^2 - n - 72 = (n+8)(n-9) = 0 \\ &n > 0 \text{ 이므로 } n = 9 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

32. 어떤 무리수 a 가 있다. a 의 소수 부분을 b 라 할 때 a 의 제곱과 b 의 제곱의 합이 15이다.

무리수 a 의 값이 $\frac{m \pm \sqrt{n}}{2}$ 일 때, $m + n$ 을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$a^2 + b^2 = 15, 0 \leq b < 1$$

$$0 \leq b^2 = 15 - a^2 < 1, \quad \sqrt{14} < a \leq \sqrt{15}$$

따라서 a 의 정수 부분은 3이고 $b = a - 3$

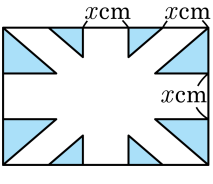
$$a^2 + (a - 3)^2 = 15$$

$$\therefore a = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = \frac{3 + \sqrt{21}}{2}$$

$$\therefore m + n = 3 + 21 = 24$$

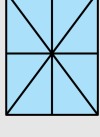
33. 가로, 세로 길이가 각각 9 cm, 6 cm 인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 일정한 폭으로 오려내어 조각의 합이 12 cm^2 가 되도록 하려고 한다. 오려낸 부분의 폭은?



- ① 2 cm ② 3 cm
 ③ 4 cm ④ 2 cm 또는 7 cm
 ⑤ 3 cm 또는 6 cm

해설

조각들을 모아 보면 다음 그림처럼 가로가 $9 - 3x$, 세로가 $6 - x$ 인 직사각형이 됨을 알 수 있다. 넓이가 12 이므로 $(9 - 3x)(6 - x) = 12$
 정리하면 $x^2 - 9x + 14 = (x - 2)(x - 7) = 0$
 $x < 3$ 이므로 $x = 2$



34. $-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}$, $2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$ 를 만족하는 정수 x, y 에 대해 $y - x$ 의 값의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$y - x$ 의 값의 최댓값은 y 가 최대일 때, x 가 최소일 때이다.

$-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}$ 이 성립하는 정수 x 의 최솟값은 -6

$2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$ 을 정리하면 $8 < \frac{y}{2} \leq 25$, 즉 $16 < y \leq 50$

이므로 정수 y 의 최댓값은 50

따라서 $y - x$ 의 최댓값은 $50 - (-6) = 56$ 이다.

35. $a + b = 1$, $ab = -2$ 일 때, $a^{12} + b^{12}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4097

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5$$

$$a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 = 25 - 8 = 17$$

$$\begin{aligned}\therefore a^{12} + b^{12} &= (a^4 + b^4)^3 - 3a^4b^4(a^4 + b^4) \\ &= 17^3 - 3(-2)^4 \times 17 \\ &= 4913 - 816 = 4097\end{aligned}$$