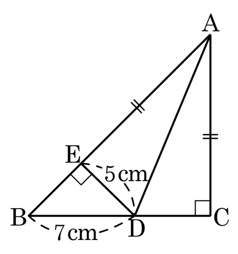
1. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AE} = \overline{AC}$, $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 일 때, $\overline{DC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

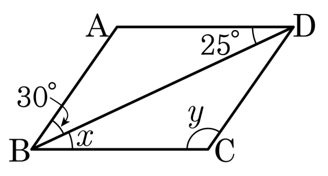
$\triangle AED$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{AE} = \overline{AC}$, $\angle AED = \angle ACD$, $\overline{AD}$ 는 공통

$\therefore$ $\triangle AED \equiv \triangle ACD$ (RHS 합동)

$\therefore$ $\overline{DC} = \overline{ED} = 5$ (cm)

2. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{ABD} = 30\,°$, $\angle\mathrm{ADB} = 25\,°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: °

▷ 정답: 150 °

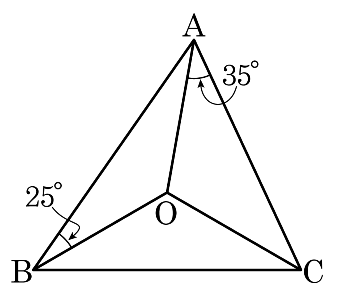
해설

평행사변형에서$\angle\mathrm{ABD} = \angle\mathrm{BDC} = 30\,°$이고

$\angle x + \angle y + \angle\mathrm{BDC} = 180\,°$이므로

$\angle x + \angle y = 180\,° - 30\,° = 150\,°$

3. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OCB$의 크기는?



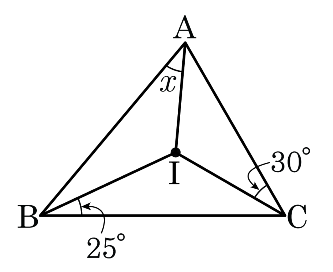
① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\angle OAC + \angle OBA + \angle OCB = 90°$

$\therefore \angle OCB = 90° - 35° - 25° = 30°$

4. 다음 그림에서 $\triangle \mathrm{ABC}$에서 세 각의 이등분선의 교점을 I라고 할 때, $\angle \mathrm{IBC} = 25\,^{\circ}$, $\angle \mathrm{ICA} = 30\,^{\circ}$이다. $\angle \mathrm{IAB}$ 의 크기는?



① $20\,^{\circ}$ ② $25\,^{\circ}$ ③ $30\,^{\circ}$ ④ $35\,^{\circ}$ ⑤ $40\,^{\circ}$

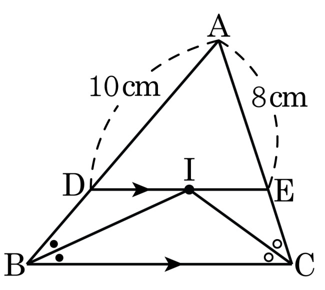
해설

점 I가 $\triangle \mathrm{ABC}$의 내심이므로

$\angle x + 30\,^{\circ} + 25\,^{\circ} = 90\,^{\circ}$

$\therefore\ \angle x = 35\,^{\circ}$

5. $\angle ECI = \angle BCI$, $\angle DBI = \angle CBI$, $\overline{BC} // \overline{DE}$ 이고, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이가 27cm, $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{AE} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD} + \overline{CE} = (\quad)\text{cm}$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 써 넣어라.



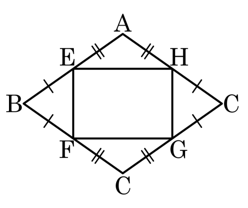
▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레가 27cm 이므로
$\overline{DB} + \overline{CE} = \overline{DE} = 27 - (10 + 8) = 9(\text{cm})$ 이다.

6. 다음은 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. ∠E 의 크기를 구하여라.



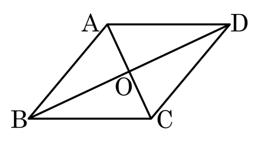
▶ 답 : __________ °

▷ 정답 : 90 °

해설

△AEH 와 △CFG 가 SAS 합동이고,
△BEF 와 △DHG 는 SAS 합동이므로
∠E = ∠F = ∠G = ∠H 이다.
따라서 □EFGH 는 직사각형이므로 ∠E = 90° 이다.

7. 다음 중 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 3 개)



① $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BC} = \overline{CD}$

② $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

③ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

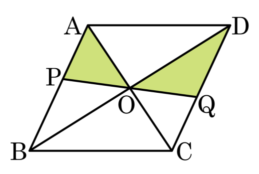
④ $\angle A = \angle B$, $\angle C = \angle D$

⑤ $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

해설

평행사변형이 되기 위한 조건
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

8. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 P, Q 라고 한다. 색칠한 부분의 넓이가 $20\mathrm{cm}^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $80\,\mathrm{cm}^2$

해설

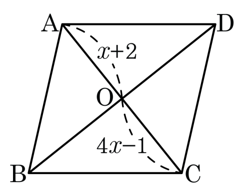
$\triangle APO \equiv \triangle CQO$ (ASA 합동)

$\triangle OCD = \triangle ODQ + \triangle OAP = 20\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle OCD = \dfrac{1}{4}$□ABCD 이므로

(□ABCD의 넓이) $= 20 \times 4 = 80\ (\mathrm{cm}^2)$

9. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이고, $\overline{AO} = x+2$, $\overline{OC} = 4x-1$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



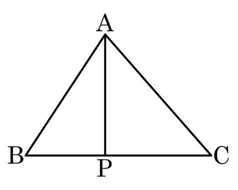
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행사변형 ABCD 가 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이면 ▫ABCD 는 마름모이다.
$\overline{AO} = \overline{OC}$ 이므로 $x+2 = 4x-1$, $3x = 3$, $x = 1$ 이다.
따라서 $\overline{OC} = 4x-1 = 3$ 이다.

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BP} : \overline{PC} = 3 : 4$ 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $49\,cm^2$ 일 때, $\triangle APC$ 의 넓이는?

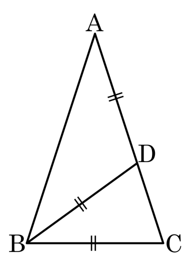


① $14\,cm^2$ ② $21\,cm^2$ ③ $28\,cm^2$
④ $30\,cm^2$ ⑤ $42\,cm^2$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle APC$ 의 높이는 같으므로
$\triangle APC = 49(cm^2) \times \frac{4}{7} = 28(cm^2)$

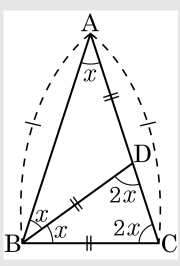
11. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, $\angle\mathrm{C}$ 의 크기를 구하여라.



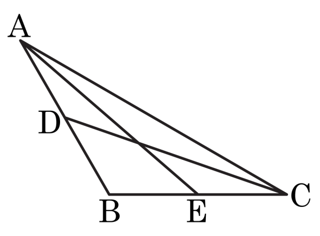
① $60°$　② $65°$　③ $72°$
④ $77°$　⑤ $80°$

해설

$\angle\mathrm{C}$ 의 크기를 $2\angle x$ 라고 하면
$2\angle x + \angle x + \angle x + \angle x = 180°$
$5\angle x = 180°$, $\angle x = 36°$
$\therefore\ \angle\mathrm{C} = 2\angle x = 72°$



12. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, C 에서 대변의 중점과의 교점을 각각 D, E 라고 할 때, $\overline{AE} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉮~㉰ 에 들어갈 말을 알맞게 쓴 것을 고르면?



[가정] $\overline{AB} = \overline{BC}$, 점 D, E 는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점
[결론] $\overline{AE} = \overline{CD}$
[증명] △ADC 와 △CEA 에서
(㉮)는 공통 ⋯㉠
$\angle DAC = \angle ECA$ ⋯㉡
또 $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로
(㉯)⋯㉢
㉠,㉡,㉢에서 △ADC 와 △CEA 는 SAS 합동
따라서 (㉰)

① $\overline{AE}, \overline{AD} = \overline{CE}, \overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

② $\overline{AE}, \overline{AE} = \overline{CD}, \overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.

③ $\overline{AC}, \overline{AD} = \overline{CE}, \overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

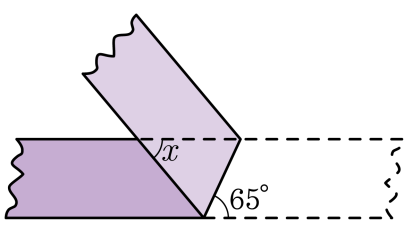
④ $\overline{AC}, \overline{AE} = \overline{CD}, \overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

⑤ $\overline{AC}, \overline{AD} = \overline{CE}, \overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.

해설

[가정] $\overline{AB} = \overline{BC}$, 점 D, E 는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점
[결론] $\overline{AE} = \overline{CD}$
[증명] △ADC 와 △CEA 에서
($\overline{AC}$)는 공통⋯㉠
$\angle DAC = \angle ECA$⋯㉡
또 $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로
($\overline{AD} = \overline{CE}$)⋯㉠
㉠,㉡,㉢에서 △ADC 와 △CEA 는 SAS 합동
따라서 ($\overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.)

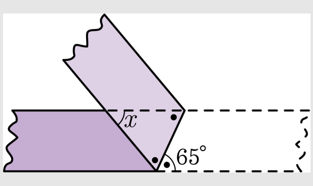
13. 종이 띠를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① $40°$ ② $50°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $67°$

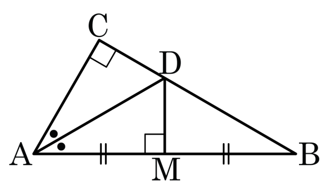
해설

다음 그림과 같이 겹친 부분과 엇각의 크기는 모두 같으므로 이등변삼각형이 된다.



따라서 $\angle x = 180° - 65° \times 2 = 50°$

14. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D 라 한다. $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선일 때, $\angle B$ 의 크기는?

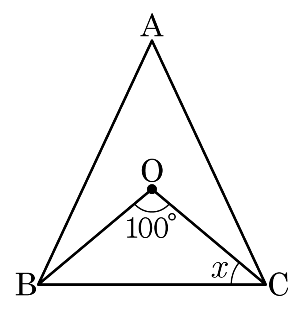


① 26°　② 28°　③ 30°　④ 32°　⑤ 34°

해설

$\triangle AMD$ 와 $\triangle BMD$ 에서 $\angle AMD = \angle BMD = 90° \cdots$ ㉠
$\overline{MD}$ 는 공통$\cdots$ ㉡
$\overline{AM} = \overline{BM} \cdots$ ㉢
㉠,㉡,㉢에 의해 $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$(SAS합동)
$\therefore \angle DAM = \angle B \cdots$ ㉣
$\overline{AD}$ 가 A 의 이등분선이므로 $\angle DAM = \angle DAC \cdots$ ㉤
㉣,㉤에 의해 $\angle DAM = \angle B = \angle DAC$
$\angle DAM + \angle B + \angle DAC = 90°$ 이므로 $3\angle B = 90°$ $\therefore \angle B = 30°$

15. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle$ABC 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

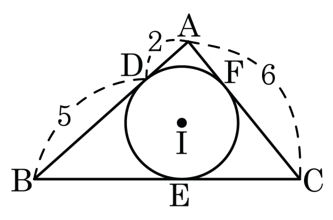


① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle$OBC 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로
$\angle OBC = \angle OCB$
$\therefore 2x + 100 = 180,\ x = 40$ 이다.

16. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle$ABC 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 내접원과 삼각형 ABC 의 접점일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 6 cm　　② 7 cm　　③ 8 cm

④ 9 cm　　⑤ 10 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}, \overline{BE} = \overline{BD} = 5\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{CF} = 4\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 4 = 9(\text{cm})$

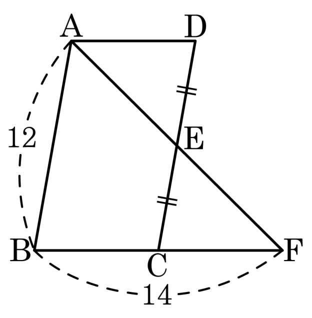
17. 다음 중 삼각형의 내심과 외심에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 내심에서 세 변에 이르는 거리가 같다.
② 외심은 항상 삼각형의 외부에 있다.
③ 내심은 항상 삼각형의 내부에 있다.
④ 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있다.
⑤ 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같다.

해설

② 삼각형의 외심의 위치는 예각삼각형은 내부, 직각삼각형은 빗변의 중점, 둔각삼각형은 외부에 있다.

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점을 E , $\overline{\mathrm{AE}}$ 의 연장선과 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이는?

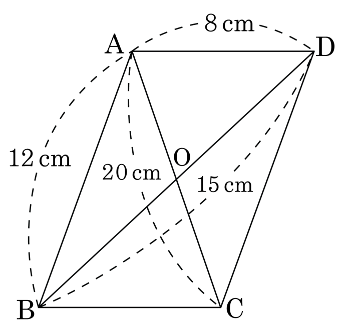


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\triangle \mathrm{ADE} \equiv \triangle \mathrm{FCE}(\mathrm{SAS})$ 이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{FC}}$
□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$
따라서 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{FC}} = \overline{\mathrm{AD}}$
$2 \times \overline{\mathrm{BC}} = 14$ 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 7$ 이므로
$\overline{\mathrm{AD}} = 7$ 이다.

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\triangle$OBC의 둘레의 길이를 a cm $\triangle$OCD의 둘레의 길이를 b cm라 할 때, $b-a$를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

평행사변형의 두 대각선은
서로 다른 것을 이등분하므로

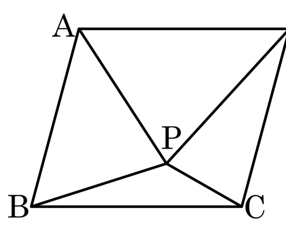
$\overline{AO} = \overline{CO} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$

$\overline{BO} = \overline{DO} = \frac{1}{2} \times 15 = 7.5(\text{cm})$

$\triangle$OBC에서 $\overline{AD} = \overline{BC} = 8(\text{cm})$
($\because$ 평행사변형성질)이므로
둘레의 길이는
$\overline{OB} + \overline{OC} + \overline{BC} = 7.5 + 10 + 8 = 25.5(\text{cm})$
$\therefore\ a = 25.5$

$\triangle$OCD에서 $\overline{AB} = \overline{CD} = 12(\text{cm})$
($\because$ 평행사변형성질)이므로
둘레의 길이는
$\overline{OD} + \overline{OC} + \overline{DC} = 7.5 + 10 + 12 = 29.5(\text{cm})$
$\therefore\ b = 29.5$
$\therefore\ b - a = 4$

20. 다음 그림과 같이 넓이가 40cm^2 인 평행사변형 ABCD 의 내부의 한 점 P 에 대하여 $\triangle\text{PAD}$ 와 $\triangle\text{PBC}$ 의 넓이가 4 : 1 일 때, $\triangle\text{PAD}$ 의 넓이는?

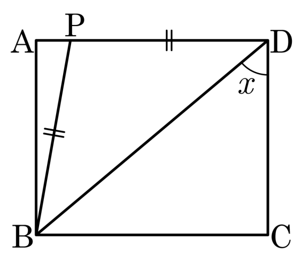


① 15cm^2 ② 16cm^2 ③ 20cm^2
④ 22cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square\text{ABCD} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PCD} = \triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC}$ 이다.
$\square\text{ABCD} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PBC} + \triangle\text{PCD} + \triangle\text{PAD} = 2 \times (\triangle\text{PBC} + \triangle\text{PAD})$
$\triangle\text{PBC} + \triangle\text{PAD} = 40 \times \frac{1}{2} = 20(\text{cm}^2)$ 이고,
$\triangle\text{PAD} : \triangle\text{PBC} = 4 : 1$ 이므로
$\therefore\ \triangle\text{PAD} = 20 \times \frac{4}{5} = 16(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림의 직사각형에서 $\angle ABP = 10°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

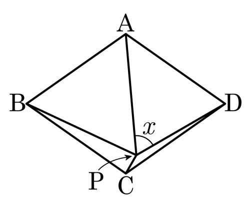
해설

$\angle PBD = \angle PDB = \angle DBC = \angle y$ 라 하면

$\angle y = (90° - 10°) \div 2 = 40°$

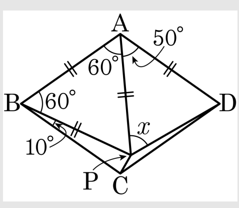
$\angle x = 90° - 40° = 50°$

22. □ABCD 는 마름모이고 △ABP 는 정삼각형이다. $\angle ABC = 70°$ 일 때, $\angle APD = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?



① 65　② 60　③ 55
④ 50　⑤ 45

해설



△PAD 는 이등변삼각형이므로 $\angle APD = 65°$ 이다.

23. 다음 중 옳은 것은?

① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$인 평행사변형 ABCD는 직사각형이다.

② $\overline{AB} = \overline{BC}$인 평행사변형 ABCD는 직사각형이다.

③ $\angle A = 90°$인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.

④ $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$인 평행사변형 ABCD는 정사각형이다.

⑤ $\angle B + \angle D = 180°$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.

해설

① 마름모
② 마름모
③ 직사각형
⑤ 정사각형

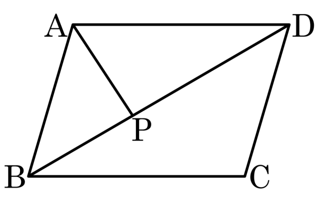
24. 직사각형의 중점을 연결했을 때 나타나는 사각형의 성질을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 네 변의 길이가 모두 같다.
② 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
④ 네 각의 크기가 모두 직각이다.
⑤ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

해설

직사각형의 중점을 연결해 생기는 사각형은 마름모이다. 마름모는 네 각의 크기가 모두 직각이 아니다.

25. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이는 70cm^2 이고 $\overline{\text{BP}} : \overline{\text{PD}} = 2 : 3$ 이다. $\triangle\text{ABP}$ 의 넓이는?



① 5cm^2 ② 10cm^2 ③ 14cm^2
④ 21cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

$\triangle\text{ABD} = \frac{70}{2} = 35(\text{cm}^2) = \triangle\text{ABP} + \triangle\text{ADP}$

$2 : 3 = \triangle\text{ABP} : \triangle\text{APD}$

$\therefore\ \triangle\text{ABP} = 35 \times \frac{2}{5} = 14(\text{cm}^2)$