

1. $a^6 \div (a^{\square})^2 = a^2$ 일 때, 안에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^6 \div a^{2\square} = a^2 \text{ 이므로 } 6 - 2\square = 2$$

$$\therefore \square = 2$$

2. 부등식 $3 - ax \geq 6$ 의 해 중 가장 큰 수가 -3 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

부등식 $3 - ax \geq 6$ 을 정리하면

$$-ax \geq 3 \text{ 에서 } x \leq -\frac{3}{a}$$

부등식을 만족 하는 가장 큰 수가 -3 이므로

$$-\frac{3}{a} = -3$$

$$3a = 3$$

$$\therefore a = 1$$

3. $x = \frac{a}{70}$ (a 는 100 이하의 자연수) 일 때, x 가 정수가 아닌 유한소수가 되는 a 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

분수 $\frac{a}{70}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되는 a 는 100 이하의 7 의 배수이고 70 의 배수가 아니어야 하므로 $14 - 1 = 13$

4. 두 수 x, y 에 대하여 연산 $\star, \blacktriangle$ 를 $x\star y = xy, x\blacktriangle y = xy^2$ 으로 정의한다. 이 때, 다음을 만족하는 X, Y 에 대하여 $2a(X \div Y)$ 의 값은?

$$2a\star X = 6a^2b, Y\blacktriangle 3b = 54ab^4$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{a}{b}$

해설

$$2a\star X = 6a^2b \text{에서}$$

$$(2a)X = 6a^2b$$

$$\therefore X = \frac{6a^2b}{2a} = 3ab$$

$$Y\blacktriangle 3b = 54ab^4 \text{에서}$$

$$Y(3b)^2 = 9b^2Y = 54ab^4$$

$$\therefore Y = \frac{54ab^4}{9b^2} = 6ab^2$$

$$\therefore 2a(X \div Y) = 2a\left(\frac{3ab}{6ab^2}\right) = \frac{a}{b}$$

5. $x + y + z = 0$ 일 때, $x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ 의 값을 구하면? (단, $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \\ &= \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{z} + \frac{y}{x} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y} \\ &= \frac{y}{x} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y} + \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{z} \\ &= \frac{1}{x}(y+z) + \frac{1}{y}(x+z) + \frac{1}{z}(x+y) \\ &= \frac{1}{x}(-x) + \frac{1}{y}(-y) + \frac{1}{z}(-z) \\ &= (-1) + (-1) + (-1) = -3 \end{aligned}$$

6. $b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2$ 일 때, $abc - 3$ 의 값은?

① 1

② 0

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{ 에서}$$

$$b + \frac{6}{c} = 2 \text{ 를 } b \text{ 에 관한 식으로 풀면}$$

$$b = 2 - \frac{6}{c} = \frac{2(c-3)}{c}$$

$$c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{ 를 } a \text{ 에 관한 식으로 풀면}$$

$$-\frac{1}{a} = 3 - c$$

$$\frac{1}{a} = c - 3$$

$$a = \frac{1}{c-3}$$

$$\therefore abc - 3 = \frac{1}{(c-3)} \times \frac{2(c-3)}{c} \times c - 3 = 2 - 3 = -1$$

7. $\frac{2x-1}{3} - \frac{5x-3}{4} > 1$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 가장 큰 정수는?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{5x-3}{4} > 1, \quad 4(2x-1) - 3(5x-3) > 12, \quad -7x+5 > 12, \quad -7x > 7 \quad \therefore x < -1$$

8. 영희는 철수와의 약속 시간보다 1시간 먼저 도착하여 그 시간을 이용하여 평소 원하던 책을 사기위해 서점에 갔다. 약속 장소에서 서점까지는 시속 4km의 속력으로 가고 서점에서 약속 장소까지는 시속 2km의 속력으로 왔다고 한다. 책을 사는데 15분이 걸렸다면 약속 장소에서 서점까지의 거리는 몇 km 이내에 있어야 하는가?

- ① 1km ② 1.1km ③ 1.2km
④ 1.3km ⑤ 1.4km

해설

약속 장소에서 서점까지의 거리를 x 라 하면

$$\frac{x}{4} + \frac{15}{60} + \frac{x}{2} \geq 1$$

$$\therefore x \geq 1(\text{km})$$

따라서 1km 이내에 있어야 한다.

9. 농도가 7% 인 설탕물 200g 이 있다. 여기에 농도를 모르는 설탕물 100g 더 넣어서 농도를 5% 이하가 되게 하려고 할 때, 추가로 넣어준 설탕물 농도의 범위는?

- ① 1% 이하 ② 2% 이하 ③ 3% 이하
④ 4% 이하 ⑤ 5% 이하

해설

모르는 설탕물의 농도를 x 라 하면

$$\frac{7}{100} \times 200 + \frac{x}{100} \times 100 \leq \frac{5}{100} \times 300$$

$$\therefore x \leq 1 \text{ (\%)}$$

10. 다음 중 연립방정식 $\frac{2x+y-1}{3} = 0.5x + \frac{1}{2}y - 1 = x+y$ 를 만족하는 정수 x, y 와 해가 같은 일차방정식은?

- ① $x + y = -3$
- ② $2x + y = -5$
- ③ $x - 3y = 2$
- ④ $2x - 3y = 3$
- ⑤ $3x + y = 8$

해설

$$\begin{cases} \frac{2x+y-1}{3} = 0.5x + \frac{1}{2}y - 1 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{2x+y-1}{3} = x+y & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

에서 계수를 정수로 만들

어 주기 위해

$$30 \times \textcircled{㉠}, 3 \times \textcircled{㉡} \text{ 하면 } \begin{cases} 20x + 10y - 10 = 15x + 15y - 30 & \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + y - 1 = 3x + 3y & \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

이고 x 를 소거하기 위해
 $\textcircled{㉢} + 5 \times \textcircled{㉣}$ 하면 $y = 1$ 이고 이를 대입하면 $x = -3$ 이다.
위에서 구한 해를 $2x + y = -5$ 에 대입하면 $2 \times (-3) + 1 = -5$
이므로 등식이 성립한다.

11. 분수 $\frac{a}{440}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, a 의 값은 모두 몇 개인가? (단, $b > 1$)

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

해설

$\frac{a}{2^3 \times 5 \times 11}$ 가 유한소수가 되려면 a 의 값은 11 의 배수가 되어야 한다. 또한 기약분수로 고쳤을 때 분자의 값이 1 이 되어야 하므로 a 의 값은 분모의 인수 11 의 값을 반드시 포함하되 2와 5 를 적절히 조합하여야 한다. 따라서 가능한 a 의 값은 11, 2×11 , $2^2 \times 11$, $2^3 \times 11$, 5×11 , $2 \times 5 \times 11$, $2^2 \times 5 \times 11$ 의 총 7 개다. ($b > 1$ 이므로 $2^3 \times 5 \times 11$ 은 해당되지 않는다.)

12. 분수 $\frac{3}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 40 번째 자리에 오는 수를 a ,
62 번째 자리에 오는 수를 b 라고 할 때, $0.\dot{a}b-0.\dot{b}a$ 의 값을 순환소수로
구하면?

① 0.13 ② 0.19 ③ 0.23 ④ 0.27 ⑤ 0.31

해설

$$\begin{aligned}\frac{3}{7} &= 0.428571, 40 = 6 \times 6 + 4 & \therefore a = 5 \\ 62 &= 6 \times 10 + 2 & \therefore b = 2 \\ \therefore 0.\dot{a}b - 0.\dot{b}a &= 0.5\dot{2} - 0.2\dot{5} = 0.2\dot{7}\end{aligned}$$

13. $5^a \times 9 = 225$, $3 \times 2^b = 192$ 일 때, $a \times b$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

225를 소인수분해하면 $3^2 \times 5^2$ 이므로
 $3^2 \times 5^2 = 5^a \times 9 = 5^a \times 3^2$ 이다.
192를 소인수분해하면 3×2^6 이므로
 $3 \times 2^6 = 3 \times 2^b$ 이다.
 $\therefore a = 2, b = 6$

14. $3^x \times 27 = 81^3$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 3

② 4

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

$$3^x \times 27 = 3^x \times 3^3 = 3^{x+3} = (3^4)^3 = 3^{12} = 81^3$$

$$3^{x+3} = 3^{12} \text{ 에서 } x+3 = 12$$

$$\therefore x = 9$$

15. $x \leq \frac{a-1}{2}$ 를 만족하는 가장 큰 정수가 1 일 때, a 의 값이 될 수 있는 수를 고르면?

① 0

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$1 \leq \frac{a-1}{2} < 2$$

$$2 \leq a-1 < 4$$

$$3 \leq a < 5$$

16. x, y 가 자연수일 때, 방정식 $\frac{x+3}{2} = \frac{7-y}{3}$ 의 해가 $ax+by=5$ 를 만족한다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\frac{x+3}{2} = \frac{7-y}{3}$ 의 양변에 6 을 곱하면

$$3(x+3) = 2(7-y)$$

$$3x+9 = 14-2y$$

$$3x+2y = 5$$

$$x=1, y=1$$

$ax+by=5$ 에 $x=1, y=1$ 을 대입하면 $a+b=5$ 이다.

17. 다음 연립방정식의 해를 구하여라. (단, $xy \neq 0$)

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y^3} + \frac{1}{x} = 2 \\ 3\left(\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}\right) = 2 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 14$

▷ 정답 : $y = \frac{14}{3}$

해설

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y^3} + \frac{1}{x} = 2 \\ 3\left(\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}\right) = 2 \end{cases} \quad \text{에서}$$

$$x^3 + y^3 = 2xy^3 \dots \textcircled{A}$$

$$3(x^3 + y^3) = 2x^2y^2 \dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} \div \textcircled{B}$ 을 하면

$$\frac{1}{3} = \frac{y}{x} \therefore x = 3y$$

$$x = 3y \text{ 를 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } y = \frac{14}{3}, x = 14$$

$$\therefore x = 14, y = \frac{14}{3}$$

18. A 도시의 인구를 조사했더니 현재 남자와 여자의 비가 11 : 10 이고, 작년의 인구 수와 비교했더니 남자는 10% 증가하였고, 여자는 20% 감소하였다. 현재 인구가 210000 명이라고 할 때, 전체 도시 인구는 얼마나 변화했는지 구하여라.

▶ **답:** 명

▶ 정답 : 15000 명

해설

현재 도시의 남녀 인구수의 비가 11 : 10 이므로 현재 남자 인구 수는 $210000 \times 11 \div 21 = 110000$ 이고, 여자 인구 수는 $210000 - 110000 = 100000$ 이다.

작년에 비해 남자 인구 수는 10% 증가했고, 여자 인구 수는 20% 감소했으므로 작년 남녀 인구 수는 각각

$$110000 \div 1.1 = 100000 \text{ (명)}$$
$$100000 \times 1.25 = 125000 \text{ (元)}$$
$$100000 \times 1.25 = 125000 \text{ (명)}$$
$$\begin{aligned}(\text{작년 전체 인구 수}) &= 100000 + 125000 \\ &= 225000 \text{ (명)}\end{aligned}$$

따라서 전체 도시 인구 수는 작년에 비해 15000 명 감소하였다.

19. 10km 떨어진 강의 두 지점을 왕복하는 배가 있다. 강물을 거슬러 올라가다가 고장이 나서 10 분간 떠내려가는 바람에 왕복하는 데 2 시간이 걸렸다. 떠내려 간 시간을 빼면, 올라가는 데 걸린 시간은 내려가는 데 걸린 시간의 $\frac{6}{5}$ 배였다. 정지된 물에서의 배의 속력을 구하여라.

▶ 답 : km/h

▷ 정답 : $\frac{144}{13}$ km/h

해설

정지된 물에서의 배의 속력을 시속 x km, 흐르는 물의 속력을 시속 y km 라 하면

10 분간 떠내려 간 거리는 $\frac{y}{6}$ km 이다.

또 한, 배 가 총 움 직 인 시 간 은 (왕복 2시간) - (고장나서 떠내려 간 시간 10분) = 110분 이고,
(올라갈 때 걸린 시간) : (내려올 때 걸린 시간) = 6 : 5 이므로
올라갈 때 걸린 시간은 60 분(1 시간), 내려올 때 걸린 시간은 50

분($\frac{5}{6}$ 시간) 이다.

거리에 관한 식을 세우면

$$\begin{cases} \frac{5}{6}(x+y) = 10 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x-y = 10 + \frac{1}{6}y & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 방정식의 해를 구하면

$$x = \frac{144}{13}, y = \frac{12}{13}$$

따라서 정지된 물에서의 배의 속력은 $\frac{144}{13}$ km/h이다.

20. 세 비커 A, B, C에는 각각 농도가 $x\%$, $y\%$, 10% 인 소금물이 100g씩 들어 있다. 세 비커 A, B, C에서 소금물을 각각 20g씩 덜어내어 A의 소금물은 B, B의 소금물은 C, C의 소금물은 A에 넣어서 섞었다. 이 과정을 한 번 더 실행하였더니 A 비커의 소금물의 농도는 9.24% , C 비커의 소금물의 농도는 9% 가 되었다. 이 때, 두 번째 실행 후 B 비커의 소금물의 농도는 몇 %인지 구하여라.

▶ 답: %

▷ 정답 : 7.76%

해설

두 번 실행한 후 세 비커 A, B, C의 소금의 양은 다음과 같다.

$$\text{A 비커} : \frac{\frac{4}{5}x + 2}{100} \times 80 + \frac{8 + \frac{1}{5}y}{100} \times 20 = 9.24 \dots \textcircled{7}$$

$$\text{B 비커} : \frac{\frac{1}{5}x + \frac{4}{5}y}{100} \times 80 + \frac{\frac{4}{5}x + 2}{100} \times 20 \dots \textcircled{B}$$

$$\text{C 비커 : } \frac{8 + \frac{1}{5}y}{100} \times 80 + \frac{\frac{1}{5}x + \frac{4}{5}y}{100} \times 20 = 9 \dots \textcircled{C}$$

⑦ $\times 100$ 을 하면 $16x + y = 151 \cdots \textcircled{2}$

㉔ $\times 100$ 을 하면 $x + 8y = 65 \cdots$ ㉕

㉒, ㉓ 에서 $x = 9, y = 7$

따라서 $x = 9, y = 7$ 을 $\mathbb{L}$ 에 대입하면

B 비커의 소금의 양은 7.76 g 이고 소금물의 양은 100 g 이므로 농도는 7.76% 이다.