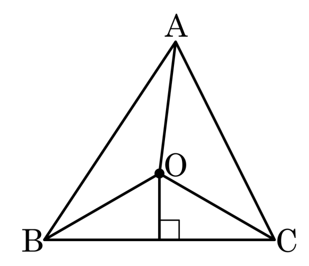
1. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 중 길이가 가장 긴 선분은?

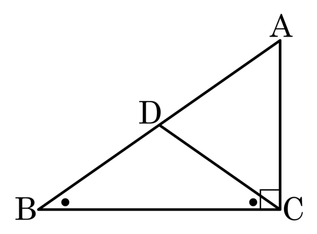


① $\overline{OA}$ ② $\overline{OB}$ ③ $\overline{OC}$
④ 모두 같다. ⑤ 알 수 없다.

해설

점 O 가 삼각형의 외심이므로 각각의 세 꼭짓점 A, B, C 에 이르는 거리는 모두 같다.

2. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?



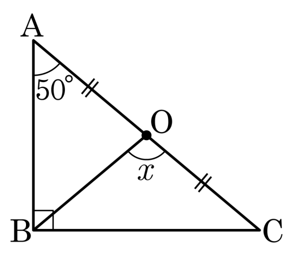
$\angle B = \boxed{(가)}$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BD} = \boxed{(나)}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \boxed{(다)} = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \boxed{(라)}$ 이다.
그런데 $\angle B = \boxed{(마)}$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

① (가) :$\angle ADC$ ② (나) : $\overline{BC}$ ③ (다) : $\angle BDC$
④ (라) : $\angle BCD$ ⑤ (마) : $\angle ABC$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AC 의 중점을 O 라고 할 때, $\angle BAC = 50°$ 이다. $\angle x$ 의 크기는?

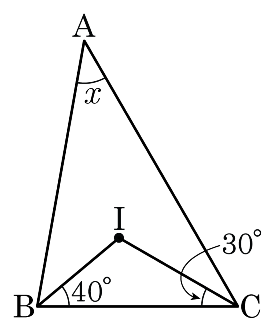


① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{BO}$ 이다.
$\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로 $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle OAB = 50°$ 이고, $\angle OAB = \angle OBA$
따라서 $\angle OBA = 50°$ 이다.
$x = 50° + 50° = 100°$

4. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

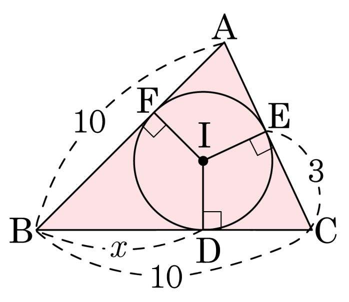


① $20°$ ② $30°$ ③ $40°$ ④ $50°$ ⑤ $60°$

해설

$\angle x = 180° - (40° + 30°) \times 2 = 40°$

5. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. x 의 값을 구하여라.



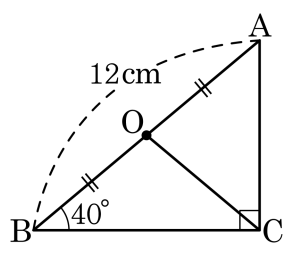
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\overline{CE} = \overline{CD} = 3$ 이다.
$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = x + 3 = 10$
$\therefore x = \overline{BD} = 7$

6. 다음 직각삼각형에서 빗변의 길이가 12cm 이고, $\angle B = 40°$ 일 때, $\overline{CO}$ 의 길이와 $\angle AOC$ 의 크기가 옳게 짝지어진 것은?

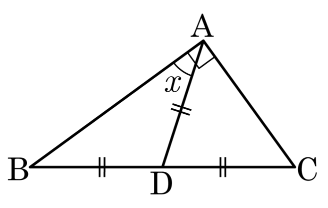


① 5cm, 60° ② 5cm, 75° ③ 5cm, 80°
④ 6cm, 75° ⑤ 6cm, 80°

해설

$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\overline{CO} = 6\text{cm}$
$\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle OCB = 40°$, $\angle AOC = \angle OBC + \angle OCB$ 이므로
$\angle AOC = 80°$

7. $\triangle$ABC 에서 $\angle$B 와 $\angle$C 의 크기의 비는 2 : 3이고, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{CD}}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle$BAD 의 크기는?

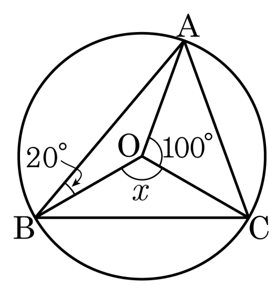


① 30°　② 32°　③ 34°　④ 36°　⑤ 38°

해설

위 그림에서 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 점 D 는 외심이다.
$\triangle$ABD 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{AD}}$)
$\triangle \mathrm{ABD} = \angle \mathrm{BAD} = \angle \mathrm{B}$
$\triangle$ADC 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{CD}}$)
$\angle \mathrm{DAC} = \angle \mathrm{DCA} = \angle \mathrm{C}$
$\angle \mathrm{B} : \angle \mathrm{C} = 2 : 3 \leftrightarrow \angle \mathrm{BAD} : \angle \mathrm{CAD} = 2 : 3$
$\angle \mathrm{BAD} = \frac{2}{2+3} \times 90^\circ = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$

8. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심이고, $\angle ABO = 20°$, $\angle AOC = 100°$일 때, $\angle x$의 크기는?

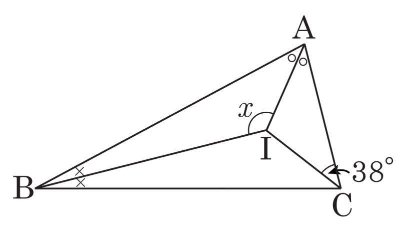


① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

$\triangle AOC$는 $\overline{OA} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAC = \angle OCA = 40°$
$\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAB = \angle OBA = 20°$
$\therefore\ \angle BAC = \angle BAO + \angle CAO = 60°$
점 O가 삼각형의 외심이므로
$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 60° = 120°$

9. 다음 그림에서 점 I는 $\angle A$와 $\angle B$의 이등분선의 교점이다. 이 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

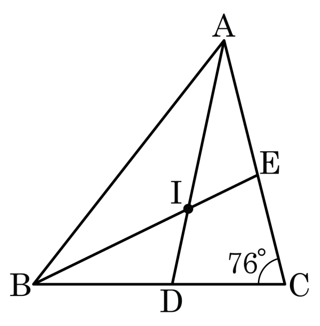


▶ 답 :

▷ 정답 : $128°$

해설
$38° + \angle IAB + \angle IBC = 90°$이므로
$\angle IAB + \angle IBC = 90° - 38° = 52°$
따라서 $\triangle IAB$에서
$\angle x = 180° - (\angle IAB + \angle IBC)$
$= 180° - 52°$
$= 128°$

10. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 $\angle C = 76°$ 일 때, $\angle ADB + \angle BEA$ 를 구하면?

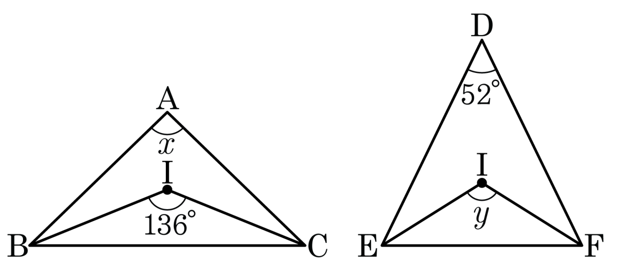


① 190°　② 195°　③ 201°　④ 204°　⑤ 205°

해설

$\angle A + \angle B = 180° - 76° = 104°$
$\therefore \angle ADB + \angle AEB$
$= \frac{1}{2}\angle A + 76° + \frac{1}{2}\angle B + 76°$
$= 52° + 152° = 204°$

11. 다음 그림에서 점 I가 내심일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은 얼마인가?



① 178° ② 188° ③ 198° ④ 208° ⑤ 218°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

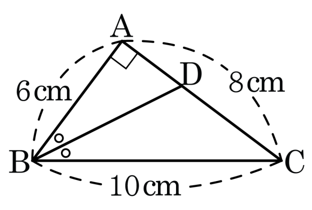
$\angle BIC = 136° = 90° + \frac{1}{2}\angle A \quad \therefore \angle x = \angle A = 92°$

또, 점 I′ 이 삼각형의 내심일 때, $\angle EI'F = 90° + \frac{1}{2}\angle D$ 이다.

$\angle y = \angle EI'F = 90° + \frac{1}{2}\angle D = 90° + \frac{1}{2} \times 52 = 116°$

$\therefore \angle x + \angle y = 92° + 116° = 208°$

12. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AC}$ 가 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.(단, 단위는 생략한다.)



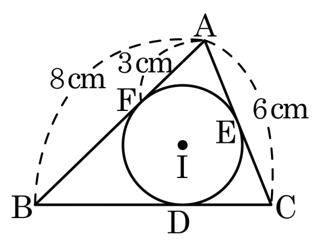
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면
$\triangle ABD \equiv \triangle EBD$(RHA합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{ED}$ 이다.
$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle DBC$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{ED} = x\text{cm}$ 라 하면
$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 6 \times x + \frac{1}{2} \times 10 \times x$ 이다.
따라서 $\overline{AD} = x = 3\text{cm}$ 이다.

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 세 점 D, E, F 는 각각 내접원의 접점이다. $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{AF} = 3cm$, $\overline{AC} = 6cm$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



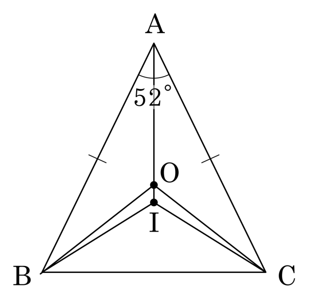
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AE} = \overline{AF}, \overline{BF} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CD}$ 이다.
$\overline{AE} = \overline{AF} = 3cm$ 이므로 $\overline{CD} = 3cm = \overline{CE}$, $\overline{BF} = 8 - 3 = 5 = \overline{BD}$ 이다.
$\therefore \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = 5 + 3 = 8(cm)$

14. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC에서 외심을 O, 내심을 I라 할 때, $\angle OBI$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6°$

해설

점 I가 내심이므로 $\angle OAB = \frac{1}{2} \times 52° = 26°$

또한, 점 O가 외심이므로 $\angle OAB = \angle OBA = 26°$

이등변삼각형이므로

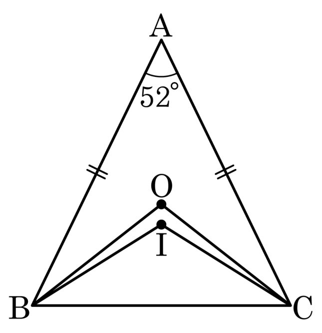
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180° - 52°) = 64°$

점 I가 내심이므로

$\angle IBA = \angle IBC = \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{1}{2} \times 64° = 32°$

$\therefore \ \angle OBI = 32° - 26° = 6°$

15. 다음 그림과 같이 이등변삼각형 ABC 의 외심, 내심을 각각 O , I 라 할 때, $\angle OBI = ($　　$)^\circ$ 이다. 빈 칸을 채워 넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A = 52^\circ$

$\therefore \angle BOC = 104^\circ$

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OBC = (180^\circ - 104^\circ) \div 2 = 76^\circ \div 2 = 38^\circ$

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때,

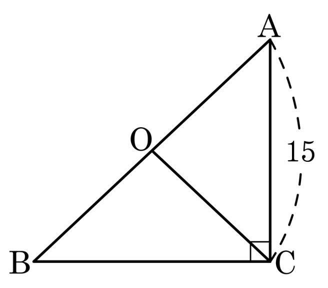
$\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$

$\therefore \angle BIC = 116^\circ$

$\angle IBC$는 $\angle ABC$의 이등분이므로 $\frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ$

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 38^\circ - 32^\circ = 6^\circ$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



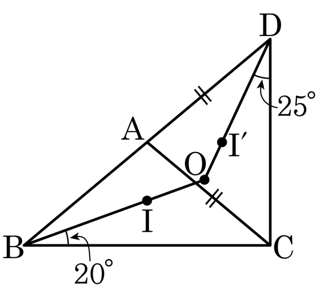
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변 $\overline{OC}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$의 넓이는 $60 \times 2 = 120$이다.
높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로
$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$
$\therefore x = 16$

17. $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 를 이용하여 $\triangle DBC$ 를 만들었다. 점 I, I′ 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 내심이다. $\angle IBC = 20°$, $\angle I'DC = 25°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라. (단, 점 O 는 $\overline{BI}$ 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점이고, 점 A 는 $\overline{BD}$ 위의 점이다.)



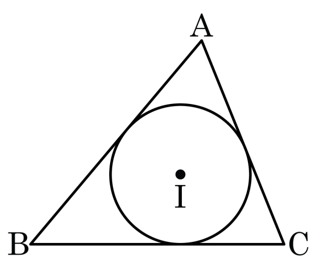
▶ 답 : ___°

▷ 정답 : 40°

해설

점I 는 내심이므로 $\angle ABO = \angle IBC = 20°$
즉, $\angle ABC = 40°$
점 I′ 는 내심이므로 $\angle ADO = \angle CDO = 25°$
즉, $\angle CDA = 50°$
$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle ACD = \angle CDA = 50°$
$\triangle ACD$ 에서 외각의 성질에 의해
$\angle CAB = 50° + 50° = 100°$
$\therefore\ \angle ACB = 180° - (\angle ABC + \angle CAB)$
$= 180° - (40° + 100°)$
$= 40°$

18. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이다. 삼각형의 둘레의 길이가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 일 때, 내접원의 넓이를 구하여라.



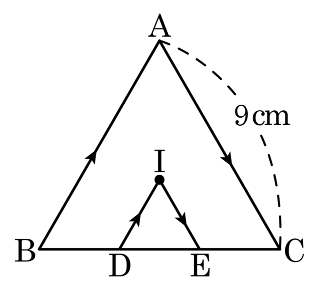
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 16π cm^2

해설

삼각형의 둘레가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 이므로 $\frac{1}{2} \times 30 \times$ (반지름의 길이) $= 60$
반지름의 길이는 4cm 이다.
따라서 내접원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 점 I 를 지나면서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 D , E 라 할 때, $\overline{DE} = (\quad)$cm 이다. 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣어라.



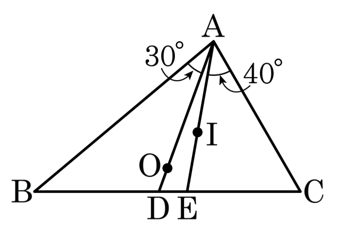
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID (\because \overline{AB} // \overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다.
$\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$ 이다.
같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE$ $(\because \overline{AC} // \overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$
따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이)$= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 9(\text{cm})$ 이고,
$\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DE} = \frac{9}{3}\text{cm} = 3\text{cm}$ 이다.

20. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 와 I 는 각각 삼각형의 외심과 내심이다. $\angle BAD = 30^\circ$, $\angle CAE = 40^\circ$ 일 때, $\angle ADE = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$\angle BAE = \angle CAE$ 이므로 $\angle DAE = 10^\circ$,$\angle OBA = \angle OAB = 30^\circ$
$\angle OBC + \angle OBA + \angle OAC = 90^\circ$ 이므로 $\angle OBC = 10^\circ$
$\therefore \angle ADE = \angle ABD + \angle BAD = 70^\circ$