

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2 개가 있다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.
- ④ 제곱근 7 은 $\sqrt{7}$ 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 1 개이다.

해설

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 0 의 제곱근은 0 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 2 개이다.

2. $\sqrt{90x}$ 와 $\sqrt{15+x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 10$

해설

$\sqrt{90x} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 5 \times x}$ 가 자연수가 되려면

$\therefore x = 2 \times 5, 2 \times 3^2 \times 5, \dots$ ㉠

$\sqrt{15+x}$ 가 자연수가 되려면

$15+x = 16, 25, 36, 49, 64, \dots$

$\therefore x = 1, 10, 21, 34, 49, \dots$ ㉡

㉠, ㉡에서 가장 작은 자연수 x 는 10 이다.

3. 다음 중 가장 큰 수를 a 라 할 때, 어떤 정수 b 에 대해서 $b - a$ 의 절댓값이 0 과 1 사이이다. 정수 b 가 될 수 있는 것의 합을 구하여라.

보기

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{4}{5}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ 이고, $\frac{1}{4} < \frac{4}{5} < 2 < 3$ 이므로 가장 큰 수는 $\sqrt{3}$ 이다.

그런데 $1^2 < 3 < 2^2 = 4$ 이므로 $1 < \sqrt{3} < 2$ 가 성립한다.

따라서 b 가 될 수 있는 것은 1, 2 이므로 이를 합하면 3 이다.

4. 다음의 두 식 A , B 에 대하여 $A + B$ 를 계산하여라.

$$A = \sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} - \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2}$$
$$B = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - 2)^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$3 < \sqrt{10}, 2 < 2\sqrt{2} < 3$$
$$A = -(3 - \sqrt{10}) - (\sqrt{10} - 3) = 0$$
$$B = (3 - 2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2} - 2) = 1$$
$$\therefore A + B = 0 + 1 = 1$$

5. $6 < \sqrt{3n} < 8$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중 최댓값을 a , 최솟값을 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 8$

해설

$$6 < \sqrt{3n} < 8 \rightarrow 36 < 3n < 64 \rightarrow 12 < n < \frac{64}{3}$$

$$\text{즉 } a = 21, b = 13 \quad \therefore a - b = 8$$

6. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

7. $\sqrt{2}$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 무리수이다.
- ㉡ 2의 양의 제곱근이다.
- ㉢ 소수로 나타내면 순환하는 무한소수이다.
- ㉣ 기약분수로 나타낼 수 없다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢ 순환하는 무한소수는 유리수이다.
무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한소수로 나타내어진다.

8. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

① 32

② 23

③ 11

④ 9

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{5} = \sqrt{80}$$

$\sqrt{80} = \sqrt{57+x}$ 이므로 $x = 23$ 이다.

9. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 보다 작거나 같은 자연수의 개수를 $N(x)$ 로 나타내면 $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(x) = 42$ 가 성립되는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 17$

해설

$$N(1) + \cdots + N(3) = 1 \times 3 = 3$$

$$N(4) + \cdots + N(8) = 2 \times 5 = 10$$

$$N(9) + \cdots + N(15) = 3 \times 7 = 21$$

$$N(16) + N(17) = 4 \times 2 = 8$$

$x = 17$ 일 때, 성립

10. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{3}-\frac{9}{\sqrt{3}}\right)$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241
6	2.449	2.452	2.454
7	2.646	2.648	2.650
8	2.828	2.830	2.832

- ① 1.414
- ② -1.732
- ③ 1.732
- ④ -2.449
- ⑤ 2.449

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=-\sqrt{6}=-2.449$$

11. $(3a - 2b + 1)(3a + 2b - 1)$ 을 전개하면?

① $3a^2 - 2b^2 - 1$

② $9a^2 - 4b^2 - 1$

③ $9a^2 + 2b - 2b^2 - 1$

④ $9a^2 + 2b - 4b^2 - 1$

⑤ $9a^2 - 4b^2 + 4b - 1$

해설

$$\begin{aligned} & (3a - 2b + 1)(3a + 2b - 1) \\ &= \{3a - (2b - 1)\} \{3a + (2b - 1)\} \\ &= (3a)^2 - (2b - 1)^2 \\ &= 9a^2 - (4b^2 - 4b + 1) \\ &= 9a^2 - 4b^2 + 4b - 1 \end{aligned}$$

12. $(x - 2y - 1)^2$ 을 전개하였을 때 x^2 의 계수를 A , x 의 계수를 B , 상수항을 C 라 할 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

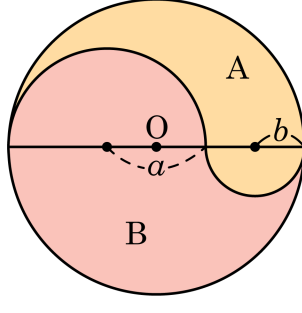
$$\begin{aligned} & (x - 2y - 1)(x - 2y - 1) \\ &= x^2 - 2xy - x - 2xy + 4y^2 + 2y - x + 2y + 1 \\ &= x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + 4y + 1 \end{aligned}$$

x^2 의 계수는 1 , x 의 계수는 -2 , 상수항은 1 이다.

따라서 $A = 1$, $B = -2$, $C = 1$ 이다.

$$\therefore A + B + C = 1 - 2 + 1 = 0$$

13. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 a, b 인 반원으로 큰 원 O를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B의 넓이의 차는?



- ① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$
 ③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$
 ⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

$$\begin{aligned}
 & \text{(A의 넓이)} \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 - a^2 + b^2 \} \\
 &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2) \\
 &= \pi(ab + b^2) \\
 & \text{(B의 넓이)} \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 + a^2 - b^2 \} \\
 &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2a^2) \\
 &= \pi(ab + a^2) \\
 \therefore B - A &= \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2) \\
 &= \pi(a^2 - b^2) \\
 &= \pi(a-b)(a+b)
 \end{aligned}$$

14. $(3x-2y+4z)(2x+2y-4z)$ 를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} & (3x-2y+4z)(2x+2y-4z) \\ &= \{3x-(2y-4z)\}\{2x+(2y-4z)\} \\ & 2y-4z = A \text{로 치환하면} \\ & (3x-A)(2x+A) \\ &= 6x^2 + Ax - A^2 \\ & A = 2y-4z \text{를 대입하면} \\ & 6x^2 + (2y-4z)x - (2y-4z)^2 \\ &= 6x^2 + 2xy - 4xz - 4y^2 + 16yz - 16z^2 \\ & \therefore xy, yz, zx \text{ 각각의 계수의 합 : } 2 + 16 + (-4) = 14 \end{aligned}$$

15. $0 < x \leq 1$ 일 때, 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} &= \sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2} \\ \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} &= \sqrt{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2} \end{aligned}$$

$0 < x \leq 1, x - \frac{1}{x} \leq 0, x + \frac{1}{x} > 0$ 이므로

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$
$$3x - \left\{-\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 5$$
$$5x = 5$$

$\therefore x = 1$

16. $(x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2)$ 를 인수분해하면?

- ① $(x-2)(x-5)(x+2)$ ② $(x-2)(x+5)(x+2)$
③ $(x-2)(x-5)(x+3)$ ④ $(x-2)(x+5)(x-2)$
⑤ $(x-2)(x+5)(x-3)$

해설

$$\begin{aligned} A &= x-2 \text{ 로 치환하면} \\ (x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2) \\ &= Ax^2-3Ax-10A \\ &= A(x^2-3x-10) \\ &= A(x-5)(x+2) \\ &= (x-2)(x-5)(x+2) \end{aligned}$$

17. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^3 - x^2 + 2x - 2 = (x - 1)(x^2 + 2)$

② $xy - x - y + 1 = (x - 1)(y - 1)$

③ $xy - 2x + y - 2 = (x + 1)(y - 2)$

④ $x^2(x + 1) - 4(x + 1) = (x + 1)(x + 2)(x - 2)$

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (1 - a)(1 + b)$

해설

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (a - 1)(b + 1)$

18. $A = -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2$, $B = 9945$ 라 할 때, $B^2 - A^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 98900000

해설

$$\begin{aligned} A &= -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 \\ &\quad - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2 \\ &= (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + \\ &\quad (6^2 - 5^2) + (8^2 - 7^2) + (10^2 - 9^2) \\ &= (2-1)(2+1) + (4-3)(4+3) + (6-5) \\ &\quad (6+5) + (8-7)(8+7) + (10-9)(10+9) \\ &= 3+7+11+15+19 \\ &= 55 \\ \therefore B^2 - A^2 &= (B+A)(B-A) \\ &= (9945+55)(9945-55) \\ &= 10000 \times 9890 \\ &= 98900000 \end{aligned}$$

19. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $(x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & (x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2 \\ &= (x^n - y^n + x^n + y^n)(x^n - y^n - x^n - y^n) \\ &= 2x^n \times (-2y^n) = -4(xy)^n \\ & xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1 \\ & \therefore -4(xy)^n = -4 \end{aligned}$$

20. $a + b = \sqrt{6}$, $ab = 1$ 이고, $(a - b)a^2 + (b - a)b^2 = k$ 라 할 때, k^2 의 값을 구하면?

① 20

② 21

③ 22

④ 23

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab \\ &= (\sqrt{6})^2 - 4 = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a - b)a^2 + (b - a)b^2 &= (a - b)a^2 - b^2(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 - b^2) \\ &= (a + b)(a - b)^2 \\ &= 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\therefore k^2 = (2\sqrt{6})^2 = 24$$