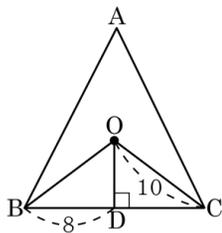


1. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 D라 할 때, \overline{OB} 의 길이는?

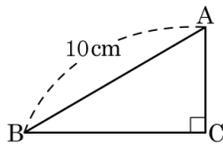


- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 10$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는?

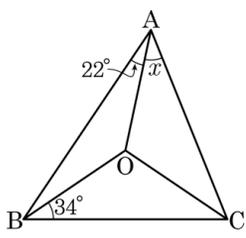


- ① 18π ② 25π ③ 36π ④ 49π ⑤ 63π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 \overline{AB} 의 중점이다. 따라서 외접원의 반지름은 5이므로 넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi$ 이다.

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이다. $\angle BAO = 22^\circ$, $\angle OBC = 34^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



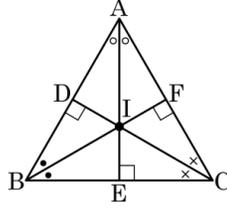
▶ 답: °

▷ 정답: 34°

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$ 이므로
 $\angle OAB + \angle OBC + \angle OAC = 90^\circ$
 $\therefore \angle OAC = 90^\circ - 22^\circ - 34^\circ = 34^\circ$

4. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



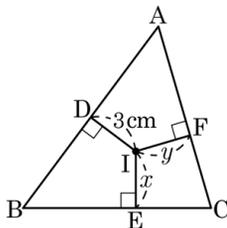
$\triangle IBE$ 와 $\triangle IDB$ 에서
 $\angle IEB = \angle IDB = 90^\circ$,
 \overline{IB} 는 공통변,
 $\angle IBE = \angle IDB$ 이므로
 $\triangle IBE \cong \triangle IDB$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{ID} = \overline{IE} \dots \textcircled{1}$
 같은 방법으로 $\triangle ICE \cong \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로
 $\therefore \overline{IE} = \overline{IF} \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서
 $\therefore \overline{ID} = \overline{IF}$
 $\triangle ADI$ 와 $\triangle AFI$ 에서
 $\angle ADI = \angle AFI = 90^\circ$, \overline{AI} 는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
 이므로 $\triangle ADI \cong \triangle AFI$ (RHS 합동)
 대응각 $\angle DAI = \angle FAI$ 이므로 \overline{AI} 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
 따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

- ① \overline{IA} ② \overline{IE} ③ \overline{IC} ④ \overline{IB} ⑤ \overline{AF}

해설

$\triangle IBE \cong \triangle IDB$ (RHA 합동)이므로
 \overline{ID} 와 대응변인 \overline{IE} 의 길이가 같고, $\triangle ICE \cong \triangle ICF$ (RHA 합동)
 이므로 \overline{IE} 와 대응변인 \overline{IF} 의 길이가 같다.
 따라서 빈 칸에 공통으로 \overline{IE} 가 들어간다.

5. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $ID = 3\text{cm}$ 일 때, $x + y$ 의 길이는?

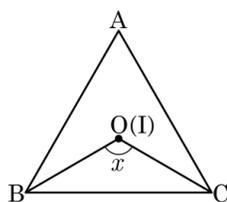


- ① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = y = 3(\text{cm})$ 이다.
 $\therefore x + y = 6(\text{cm})$

6. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치하는 그림이다. 빈 칸을 채워 넣는 말로 적절한 것은?



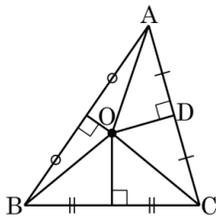
$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때에 $\triangle ABC$ 는 ()이고, $\angle BOC = ()^\circ$ 이다.

- ① 직각삼각형, 90 ② 직각삼각형, 120
 ③ 이등변삼각형, 60 ④ 정삼각형, 90
 ⑤ 정삼각형, 120

해설

$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. $\angle A = 60^\circ$ 이고, 점 O 가 외심일 때, $2\angle A = \angle BOC$ 이므로 $\angle BOC = 120^\circ$ 이다. 따라서 $x = 120^\circ$ 이다.

7. 다음은 「삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.」를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



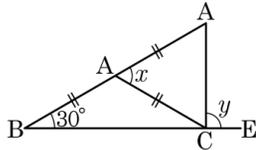
위 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 \overline{AB} , \overline{BC} 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고, 점 O 에서 \overline{AC} 에 내린 수선의 발을 D 라 하자. 점 O 는 \overline{AB} 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ㉠ 또, 점 O 는 \overline{BC} 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $\overline{OA} = \square$
 $\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서 $\angle ADO = \angle CDO = 90^\circ$
 $\overline{OA} = \square$
 \overline{OD} 는 공통
 $\therefore \triangle AOD = \triangle COD$ (RHS 합동)
 따라서, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 \overline{OD} 는 \overline{AC} 의 수직이등분선이 된다.
 즉, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

- ① \overline{OC} ② \overline{OD} ③ \overline{OA} ④ \overline{AD} ⑤ \overline{CD}

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

8. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$, $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



- ① 150° ② 160° ③ 170° ④ 180° ⑤ 190°

해설

$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로 빗변의 중점인 점 A 는 직각삼각형의 외심이다.

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 30^\circ$

삼각형의 외각의 성질에 의해 $\angle DAC = \angle ACB + \angle ABC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

$\therefore \angle x = 60^\circ \cdots \text{㉠}$

$\overline{CA} = \overline{AD}$ 이므로

$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle ACD = \angle CDA = 60^\circ (\because \text{㉠})$

세 내각의 크기가 같으므로 삼각형 ACD 는 정삼각형이다.

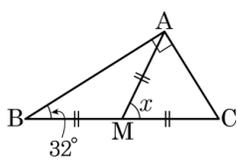
$\angle DCB = \angle ACD + \angle ACB = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

$\angle DCE = 90^\circ$ 이다.

$\therefore \angle y = 90^\circ \cdots \text{㉡}$

㉠, ㉡에 의해서 $\angle x + \angle y = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$

9. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 빗변의 중점을 M 이라 하자. $\angle ABC = 32^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 60° ② 62° ③ 64° ④ 66° ⑤ 68°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 M 은 외심이므로 $\overline{MB} = \overline{MA} = \overline{MC}$ 이다.

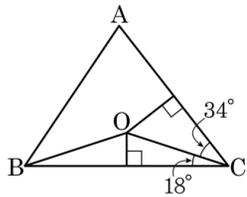
$\triangle ABM$ 은 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{MB} = \overline{MA}$)

$\angle MBA = \angle MAB = 32^\circ$

두 내각의 합은 나머지 한 각의 외각의 크기와 같으므로

$\angle AMC = \angle MBA + \angle MAB = 32^\circ + 32^\circ = 64^\circ$ 이다.

10. 다음 그림의 ABC 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OCA = 34^\circ$, $\angle OCB = 18^\circ$ 일 때, $\angle OBA$ 의 크기는?

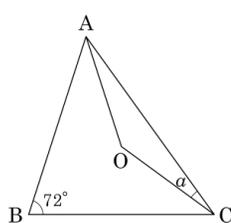


- ① 18° ② 34° ③ 36° ④ 38° ⑤ 52°

해설

$$\begin{aligned}\angle OBA + \angle OCB + \angle OCA &= 90^\circ \\ \angle OBA &= 90^\circ - \angle OCB - \angle OCA = 38^\circ\end{aligned}$$

11. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle ABC = 72^\circ$ 일 때, $\angle a$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 18°

해설

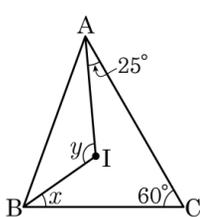
점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\angle AOC = 2\angle ABC$

$$\therefore \angle AOC = 2 \times 72^\circ = 144^\circ$$

$\triangle AOC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle a = \frac{1}{2}(180^\circ - 144^\circ) = 18^\circ$$

13. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I는 내심이다. $\angle CAI = 25^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



- ① 120° ② 125° ③ 145° ④ 155° ⑤ 165°

해설

i) $\angle y = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 60^\circ = 120^\circ$
ii) $\angle x + 25^\circ + 30^\circ = 90^\circ \therefore \angle x = 35^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 155^\circ$

14. 둘레의 길이가 18cm 이고, 넓이가 27cm^2 인 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 $r\text{cm}$ 이다. r 의 값을 구하여라.

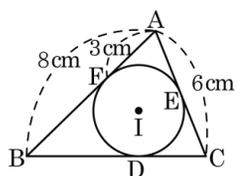
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

삼각형 ABC, 내심을 I 라 하자.
 $\Delta ABC = \Delta ABI + \Delta BCI + \Delta ACI$
 $= \frac{1}{2}r \times \overline{AB} + \frac{1}{2}r \times \overline{BC} + \frac{1}{2}r \times \overline{AC}$
 $= \frac{1}{2}r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC})$
 $= \frac{1}{2}r \times 18 = 27$
 $\therefore r = 3(\text{cm})$

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 세 점 D, E, F는 각각 내접원의 접점이다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{AF} = 3\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 일 때, \overline{BC} 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



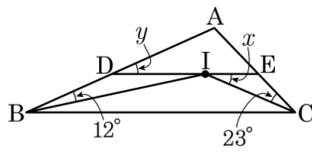
▶ 답: cm

▷ 정답: 8 cm

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AE} = \overline{AF}$, $\overline{BF} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CD}$ 이다.
 $\overline{AE} = \overline{AF} = 3\text{cm}$ 이므로 $\overline{CE} = 3\text{cm} = \overline{CD}$, $\overline{BF} = 8 - 3 = 5 = \overline{BD}$ 이다.
 $\therefore \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = 5 + 3 = 8(\text{cm})$

16. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $x+y = (\quad)^\circ$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle DBI = 12^\circ$, $\angle ICB = \angle ECI = 23^\circ$
 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB = 12^\circ$, $\angle ICB = \angle EIC = 23^\circ$ 이다.

$\Rightarrow \angle x = \angle EIC = 23^\circ$ 이다.

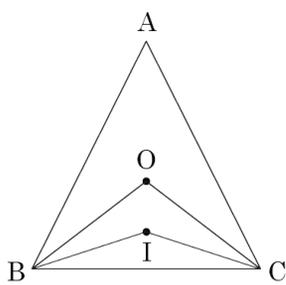
또, $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 가 이등변삼각형이다.

두 내각의 합은 다른 한 내각의 외각과 크기가 같으므로 \Rightarrow

$\angle y = 12 + 12 = 24^\circ$ 이다.

따라서 $\angle x + \angle y = 23 + 24 = 47^\circ$ 이다.

17. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 144^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\quad \quad \quad$ \circ

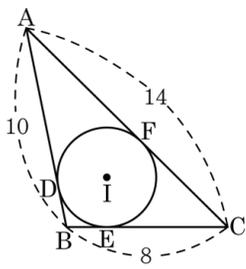
▷ 정답: $54 \circ$

해설

$90^\circ + \frac{1}{2}\angle BOC = 144^\circ$ 이므로 $\angle BOC = 108^\circ$ 이다.

따라서 $\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = 54^\circ$ 이다.

18. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC의 접점이다. $AB = 10\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, $AC = 14\text{cm}$ 일 때, \overline{EC} 의 길이는 얼마인가?



- ① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

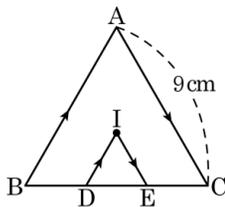
점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$, $\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14 - x + 8 - x = 10$ 이므로 $22 - 2x = 10$, $12 = 2x$ 이다.

$\therefore x = 6(\text{cm})$

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 점 I 를 지나면서 \overline{AB} , \overline{AC} 에 평행한 직선이 \overline{BC} 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{DE} = (\quad)$ cm 이다. 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID (\because \overline{AB} // \overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다.

$\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$ 이다.

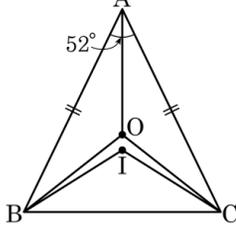
같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE (\because \overline{AC} // \overline{IE})$

이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다. $\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$

따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 9(\text{cm})$ 이고,

$\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DE} = \frac{9}{3} \text{cm} = 3 \text{cm}$ 이다.

20. 다음 그림에서 삼각형 ABC는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 O는 외심이고, 점 I는 내심이다. $\angle A = 52^\circ$ 일 때, $\angle OCI$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\quad \quad \quad$

▷ 정답: 6°

해설

외심의 성질에 의해
 $\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 52^\circ = 104^\circ$ 이고,
 내심의 성질에 의해
 $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 52^\circ = 116^\circ$
 또한, $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle A) = \frac{1}{2}(180^\circ - 52^\circ) = 64^\circ$
 또 점 O, I는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$
 는 이등변삼각형이다.
 $\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 104^\circ) = 38^\circ \dots \textcircled{\ominus}$
 $\angle ICB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 116^\circ) = 32^\circ \dots \textcircled{\ominus}$
 따라서 $\angle OCI = \angle OCB - \angle ICB = 38^\circ - 32^\circ = 6^\circ$ 이다.