

1. 방정식 $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = -1$ (중근), $-\frac{1}{2}$, 2 ② $x = -1$ (중근), $\frac{1}{2}$, 1
③ $x = -1$ (중근), $\frac{1}{2}$, 2 ④ $x = -1, \frac{1}{2}, 2$ (중근)
⑤ $x = -1, \frac{1}{2}$ (중근), 2

해설

$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$ 라 하면 $f(-1) = 0$, $f(2) = 0$
이므로 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 2 & -1 & -6 & -1 & 2 \\ & & -2 & 3 & 3 & -2 \\ \hline & 2 & -3 & -3 & 2 & 0 \\ 2 & & 4 & 2 & -2 & \\ \hline & 2 & 1 & -1 & 0 & \end{array}$$

조립제법에 의하면 주어진 방정식은

$$(x+1)(x-2)(2x^2+x-1) = 0$$

$$(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = -1, \frac{1}{2}, 2$$

2. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 = 16$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$x^4 - 16 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$$

$$(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$$

$$\therefore x = \pm 2 \text{ 또는 } x = \pm 2i$$

$$\therefore \text{모든 해의 합은 } (-2) + 2 + (-2i) + 2i = 0$$

3. 다음 방정식을 만족하는 x, y 의 값을 차례대로 구하여라.

$$2x - y = 4x + 10 = x + y - 5$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -5$

▷ 정답: $y = 0$

해설

주어진 방정식은 다음의 연립방정식과 같다.

$$\begin{cases} 2x - y = 4x + 10 \\ 2x - y = x + y - 5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x + y + 10 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x - 2y + 5 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ 에서 $x = 2y - 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{3}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $2(2y - 5) + y + 10 = 0$

$\therefore y = 0$

$y = 0$ 을 $\textcircled{3}$ 에 대입하면 $x = -5$

$\therefore x = -5, y = 0$

4. 연립방정식 $ax + by = 8$, $2ax - by = -2$ 의 근이 $x = 1$, $y = 2$ 일 때, a , b 의 값은?

① $a = -2$, $b = -3$

② $a = 3$, $b = 2$

③ $a = 2$, $b = -3$

④ $a = 2$, $b = 3$

⑤ $a = -3$, $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이 $x = 1, y = 2$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

5. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2$, $y = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$x = 2$, $y = -3$ 을
두 방정식
 $2x + ay = 10$, $x - y = b$ 에 대입하면
모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$
 $\therefore a = -2$
 $2 - (-3) = b$
 $\therefore b = 5$
 $\therefore a + b = 3$

6. $x(x-1)(x+1)-6=0$ 의 세근을 구하면?

① 2, -1, -3 ② -2, 1, -3 ③ 2, 1, -3

④ -2, $-1 \pm \sqrt{2}i$ ⑤ 2, $-1 \pm \sqrt{2}i$

해설

$$\text{준식} = x(x^2 - 1) - 6 = x^3 - x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & -1 & -6 \\ & & 2 & 4 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$(x-2)(x^2+2x+3) = 0$$

$$\therefore x = 2, -1 \pm \sqrt{2}i$$

7. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t-4)(t-9) = 0$
 $\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
 $\therefore x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
 $\therefore x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

8. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 k 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 이므로 $x = -1$ 을 대입하면
 $(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$
 $\therefore k = 3$

9. 다음 중 $1+i$ 가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

① $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$

② $(x^2 - 2x + 2)(x - 1)(x + 1)$

③ $(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 1)$

④ $(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$

⑤ $(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

한 근이 $1+i$ 이면

다른 한 근은 $1-i$ 이다.

$$\therefore \{x - (1+i)\} \{x - (1-i)\} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$$

주어진 조건에 맞는 방정식:

$$(x^2 - 2x + 2)(x - \alpha)^2 = 0$$

\therefore ①이 조건에 맞다

10. 삼차방정식 $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b 는 유리수)

- ① $1 - \sqrt{2}, 2$ ② $-1 + \sqrt{2}, -3$ ③ $1 - \sqrt{2}, 3$
④ $1 - \sqrt{2}, -3$ ⑤ $-1 + \sqrt{2}, 3$

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $1 - \sqrt{2}$ 이다.
삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로
 $\therefore 1 + \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 5, \alpha = 3$
 \therefore 다른 두 근은 $3, 1 - \sqrt{2}$

11. $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 를 } \omega \text{ 라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

12. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

13. $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{cases} x-y=1 & \dots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 & \dots \textcircled{B} \end{cases}$$

ⓐ에서 $x=y+1$ 을 ⓑ에 대입하면,

$$(y+1)^2+y^2=5$$

$$y^2+y-2=0$$

$$(y+2)(y-1)=0$$

$$\therefore y=-2 \text{ 또는 } y=1$$

$$y=-2 \text{를 } \textcircled{A} \text{에 대입하면 } x=-1$$

$$y=1 \text{을 } \textcircled{A} \text{에 대입하면 } x=2$$

$$\therefore xy=2$$

14. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x+y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x-y)(x-2y) = 0 \quad \therefore x = y \text{ 또는 } x = 2y$$

i) $x = y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2, y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$$

15. 사차방정식 $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3) = -3$ 을 풀면?

- ① $x = \pm 2$ 또는 $x = 2 \pm 3\sqrt{6}$
- ② $x = \pm 4$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$
- ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$
- ④ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$
- ⑤ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}i}{2}$

해설

$(x-1)(x-2)(x+2)(x+3) = -3$ 에서
 $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3) + 3 = 0$ 이므로
 $(x^2+x-2)(x^2+x-6) + 3 = 0$ 에서
 $x^2+x = t$ 로 치환하면
 $(t-2)(t-6) + 3 = t^2 - 8t + 12 + 3$
 $= t^2 - 8t + 15$
 $= (t-3)(t-5) = 0$
따라서 $(x^2+x-3)(x^2+x-5) = 0$
 $x^2+x-3 = 0$ 에서
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$
 $x^2+x-5 = 0$ 에서
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$

16. 삼차방정식 $x^3 - mx^2 + 24x - 2m + 4 = 0$ 의 한 근이 $4 - 2\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 10$

해설

$x = 4 - 2\sqrt{2}$ 를 주어진 방정식에 대입하면
 $(4 - 2\sqrt{2})^3 - m(4 - 2\sqrt{2})^2 + 24(4 - 2\sqrt{2}) - 2m + 4 = 0$
이 식을 정리하면
 $(260 - 26m) - (160 - 16m)\sqrt{2} = 0$
무리수가 서로 같은 조건에 의하여
 $260 - 26m = 0, 160 - 16m = 0$
따라서, $m = 10$
계수가 유리수인 방정식이므로 $4 - 2\sqrt{2}$ 가 근이면 $4 + 2\sqrt{2}$ 도 근이다.
나머지 한 근을 α 라고 하면 근과 계수와의 관계에서
 $(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2}) + \alpha = m \dots\dots\text{㉠}$
 $(4 + 2\sqrt{2})(4 - 2\sqrt{2})\alpha = 2m - 4 \dots\dots\text{㉡}$
㉠에서 $\alpha = m - 8 \dots\dots\text{㉢}$
㉡에서 $8\alpha = 2m - 4 \dots\dots\text{㉣}$
㉢을 ㉣에 대입하면 $8(m - 8) = 2m - 4$
 $\therefore m = 10$

17. 허수 w 가 $w^3 = 1$ 을 만족할 때, $w + w^2 + w^3 + w^4 + w^5$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$w^3 = 1 \Rightarrow (w-1)(w^2 + w + 1) = 0$$

$$\Rightarrow w^2 + w + 1 = 0, w^3 = 1$$

$$\therefore w + w^2 + w^3 + w^4 + w^5$$

$$= w + w^2 + 1 + w + w^2$$

$$= (w^2 + w + 1) + w^2 + w = -1$$

18. 삼차방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 w 라 할 때, $-\frac{w+1}{w^2} + \frac{1+w^2}{w}$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x^3 &= 1, \\x^3 - 1 &= (x-1)(x^2 + x + 1) = 0 \\w &\text{는 } x^2 + x + 1 = 0 \text{의 한 근이 된다.} \\ \text{즉, } w^3 &= 1, \quad w^2 + w + 1 = 0 \\ -\frac{w+1}{w^2} + \frac{1+w^2}{w} & \\ &= \frac{w^2}{w^2} + \frac{w}{w} \\ &= 1 - 1 = 0\end{aligned}$$

19. 어떤 정육면체의 밑면의 가로 길이 1 cm 줄이고, 세로 길이와 높이를 각각 2 cm, 3 cm 씩 늘였더니 이 직육면체의 부피가 처음 정육면체의 부피의 $\frac{5}{2}$ 배가 되었다. 처음 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라. (단, 정육면체 한 변의 길이는 유리수이다.)

▶ 답: cm

▷ 정답: 2cm

해설

정육면체의 한 변의 길이가 x cm 라 하면

$$\text{조건으로부터 } (x-1)(x+2)(x+3) = \frac{5}{2}x^3,$$

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = \frac{5}{2}x^3,$$

$$\frac{3}{2}x^3 - 4x^2 - x + 6 = 0 \text{ 에서}$$

$$3x^3 - 8x^2 - 2x + 12 = 0 \text{ 을 풀면 } x = 2(\text{cm})$$

20. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=2 \\ x^2+y^2=20 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 xy 는?

- ① 8 ② 3 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설

$$\begin{cases} x-y=2 & \dots \text{①} \\ x^2+y^2=20 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①식 ($x = y + 2$)을 ②식에 대입하면

$$(y+2)^2 + y^2 = 20$$

$$2y^2 + 4y - 16 = 0$$

$$(y+4)(y-2) = 0$$

$$y = 2, x = 4 \rightarrow xy = 8$$

$$y = -4, x = -2 \rightarrow xy = 8$$

해설

①식을 제곱하면.

$$(x-y)^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 2xy = 4$$

$$xy = \frac{x^2 + y^2 - 4}{2} = \frac{20 - 4}{2} = 8$$

21. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + y = k \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 가 오직 한 쌍의 해를 가질 때, 상수 k 의 값은?

- ① ± 1 ② ± 3 ③ ± 5 ④ ± 7 ⑤ ± 9

해설

$$\begin{cases} 2x + y = k & \dots \text{㉠} \\ x^2 + y^2 = 5 & \dots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $y = k - 2x$ 를 ㉡에 대입하면

$$x^2 + (k - 2x)^2 = 5$$

$5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0$ 이 중근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (-2k)^2 - 5(k^2 - 5) = 0$$

$$-k^2 + 25 = 0, k^2 = 25$$

$$\therefore k \pm 5$$

22. 방정식 $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 을 만족하는 두 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값을 구하여라.

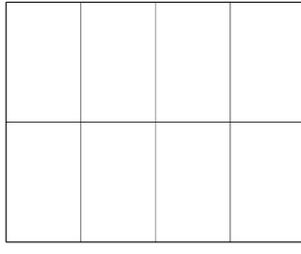
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 &= 0 \text{ 에서} \\(x + 1)^2 + (y - 2)^2 &= 0 \\x, y \text{ 는 실수이므로 } x &= -1, y = 2 \\ \therefore x + y &= -1 + 2 = 1\end{aligned}$$

23. 학교운동장에 길이가 70m 인 줄을 가지고 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 경계선을 표시하려고 한다. 이 때, 바깥 직사각형의 넓이가 80m^2 이 되도록 하는 바깥 직사각형의 가로 길이와 세로 길이의 합은? (단, 가로의 길이는 10m 이하이다.)



- ① 16m ② 17m ③ 18m ④ 19m ⑤ 20m

해설

운동장의 가로를 x , 세로를 y 라 하자.

$$3x + 5y = 70$$

$xy = 80$ 연립하여 풀면, $x = 10, y = 8$

$$\therefore \text{가로} + \text{세로} = 18$$

24. 삼차방정식 $(x-1)(x^2+x+a+1)=0$ 의 실근이 1뿐일 때, 실수 a 의 범위를 구하면?

- ① $a > -\frac{3}{4}$ ② $a > -\frac{3}{2}$ ③ $a > -1$
④ $a > 0$ ⑤ $a > 1$

해설

준식의 실근이 1뿐이기 위해서는 $x^2+x+a+1=0$ 의 근이 허근이거나 $x=1$ 을 중근으로 가져야 한다.

(i) 허근을 가질 경우

$$D = 1 - 4(a+1) < 0, \quad -3 < 4a$$

$$\therefore a > -\frac{3}{4}$$

(ii) $x=1$ 을 중근으로 가질 경우

$D = 1 - 4(a+1) = 0$ 이고 $1+1+a+1=0$ 을 동시에 만족하는 a 의 값은 없다.

(i), (ii)에서 $a > -\frac{3}{4}$