1. $(a-b+c)(a+b-c)$를 전개한 식은?

① $a^2+b^2+c^2-2bc$
② $a^2-b^2+c^2-2bc$
③ $a^2-b^2-c^2+2bc$
④ $a^2+b^2-c^2-2bc$
⑤ $a^2+b^2+c^2+2bc$

해설

$(a-b+c)(a+b-c)$
$=\{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\}$
$=a^2-(b-c)^2$
$=a^2-b^2-c^2+2bc$

2. $(1-3i)x+(3+2i)y=1+8i$를 만족하는 실수 $x,\ y$ 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$(1-3i)x+(3+2i)y=1+8i$,
$(x+3y)+(-3x+2y)i=1+8i$ 에서
복소수의 상등에 의하여
$x+3y=1,\ -3x+2y=8$ 이고
연립하여 풀면 $y=1,\ x=-2$
$\therefore\ x+y=-1$

3. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$이 허근을 갖도록 실수 k의 범위를 정하면?

① $k \le 3$ ② $k > 3$ ③ $k \le 2$ ④ $k > 2$ ⑤ $k < 1$

해설

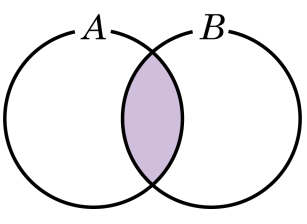
이차방정식이 허근을 가질 조건 : $D < 0$

$3x^2 - 6x + k = 0$

$\frac{D}{4} = 9 - 3k < 0$

$\therefore\ k > 3$

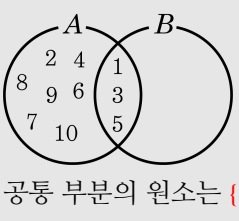
4. 집합 $A = \{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 일 때, 다음과 같은 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$ ③ $\{3, 5\}$
④ $\{1, 3, 5\}$ ⑤ $\{1, 3, 5, 10\}$

해설

벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



공통 부분의 원소는 $\{1, 3, 5\}$ 이다.

5. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중에서 옳은 것은?

① $\varnothing^c = A$　　② $U^c = A$　　③ $(A^c)^c = U$

④ $A \cup U = A$　　⑤ $A \cap U = A$

해설

① $\varnothing^c = U$
② $U^c = \varnothing$
③ $(A^c)^c = A$
④ $A \cup U = U$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 5$, $n(B) = 7$ 이고 $n(A \cap B) = 3$ 일 때, $n(A \cup B)$ 는?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 5 + 7 - 3 = 9 \end{aligned}$$

7. $\sim p \rightarrow \sim q$ 의 역이 참일 때, 다음 중 반드시 참인 명제는?

① $q \rightarrow p$　　② $p \rightarrow q$　　③ $\sim p \rightarrow \sim q$

④ $\sim p \rightarrow q$　　⑤ $p \rightarrow \sim q$

해설

'명제가 참이면 그의 대우는 항상 참이다.'

$\sim p \rightarrow \sim q \Leftrightarrow$ 역 : $\sim q \rightarrow \sim p$(참)

$\sim q \rightarrow \sim p \Leftrightarrow$ 대우 $p \rightarrow q$(참)

8. 분수식 $\frac{1}{x^2+x-2}-\frac{x+1}{x^2-4x+3}\div\frac{2x^2+5x+3}{x^2-5x+6}$ 을 간단히 하면 ?

① 1

② -2

③ $\frac{-x^2+2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$

④ $\frac{x^2-2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$

⑤ $\frac{-x^2+2x+7}{(x+1)(x-2)(2x-3)}$

해설

$$\frac{1}{x^2+x-2}-\frac{x+1}{x^2-4x+3}\div\frac{2x^2+5x+3}{x^2-5x+6}$$

$$=\frac{1}{(x+2)(x-1)}-\frac{x+1}{(x-3)(x-1)}$$

$$\times\frac{(x-2)(x-3)}{(2x+3)(x+1)}$$

$$=\frac{2x+3-(x-2)(x+2)}{(x+2)(x-1)(2x+3)}$$

$$=\frac{-x^2+2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$$

9. 곡선 $y=\dfrac{x+3}{x-3}$ 은 곡선 $y=\dfrac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m , n 만큼 평행이동한 것이고, 곡선 $y=\dfrac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선은 $x=a$, $y=b$ 이다. $m+n+a+b$ 의 값은?

① 6　　② 1　　③ 2　　④ −2　　⑤ −3

해설

$y=\dfrac{x+3}{x-3}=1+\dfrac{6}{x-3}$

$y=\dfrac{6}{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 3만큼 , y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m=3,\ n=1$

또, $y=\dfrac{3x-1}{x+1}=-\dfrac{4}{x+1}+3$ 에서

점근선은 $x=-1,\ y=3$　　$a=-1,\ b=3$

따라서 구하는 합은 6

10. 다항식 $f(x)$를 다항식 $g(x)$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$라 할 때 $f(x)$를 $\frac{g(x)}{n}$로 나눈 몫과 나머지를 나타낸 것은?

① 몫 : $nQ(x)$, 나머지 $R(x)$
② 몫 : $\frac{Q(x)}{n}$, 나머지 $R(x)$
③ 몫 : $\frac{Q(x)}{n}$, 나머지 $\frac{R(x)}{n}$
④ 몫 : $Q(x)$, 나머지 $\frac{R(x)}{x}$
⑤ 몫 : $nQ(x)$, 나머지 $nR(x)$

해설

$f(x) = g(x)Q(x) + R(x) \cdots$ ㉠

$f(x) = \frac{g(x)}{n}Q'(x) + R'(x) \cdots$ ㉡

㉠ 에서 $f(x) = nQ(x)\frac{g(x)}{n} + R(x)$,

$\frac{Q'(x)}{n} = Q(x),\ R'(x) = R(x)$

$\therefore\ Q'(x) = n \cdot Q(x),\ R'(x) = R(x)$

11. 이차함수 $y = x^2 + 2x + k$ 의 최솟값이 5 일 때, k 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 4　　④ 6　　⑤ 8

해설

$y = (x+1)^2 + k - 1$
최솟값 $k - 1 = 5$
$\therefore k = 6$

12. 부등식 $|x^2-5x+5| \le 1$을 만족하는 정수 x의 개수는?

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

$|x^2-5x+5| \le 1$

$\Rightarrow \quad x^2-5x+5 \ge -1, \quad x^2-5x+5 \le 1$

i) $x^2-5x+5 \ge -1$

$x^2-5x+6 \ge 0$

$\Rightarrow \quad (x-2)(x-3) \ge 0$

$\Rightarrow \quad x \le 2$ 또는 $x \ge 3$

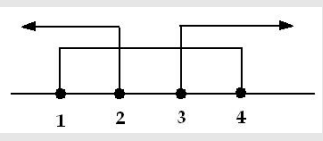
ii) $x^2-5x+5 \le 1$

$x^2-5x+4 \le 0$

$\Rightarrow \quad (x-1)(x-4) \le 0$

$\Rightarrow \quad 1 \le x \le 4$

공통부분을 구하면,



$\Rightarrow \quad 1 \le x \le 2$ 또는 $3 \le x \le 4$

$\therefore \quad x = 1, 2, 3, 4$

13. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$ 을 만족하는 x 의 범위가 $-2<x<5$ 일 때, 부등식 $bx^2-ax-c<0$ 을 풀면?

① $-5<x<2$　② $-2<x<\frac{5}{3}$　③ $x<-2$
④ $2<x<5$　⑤ $x<-2, x>5$

해설

$ax^2+bx+c>0$ 이 $-2<x<5$ 를 만족하므로
$a<0$, a 로 양변을 나누면 $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}<0$
$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}<0 \Leftrightarrow -2<x<5$
$\Leftrightarrow (x+2)(x-5)<0$
$\therefore \frac{b}{a}=-3,\ \frac{c}{a}=-10\ \ \therefore\ b=-3a,\ c=-10a$
$bx^2-ax-c<0 \Leftrightarrow -3ax^2-ax+10a<0$
양변을 $-a$ 로 나누면 ($\therefore\ -a>0$)
$3x^2+x-10<0 \Leftrightarrow (3x-5)(x+2)<0$
$\therefore -2<x<\frac{5}{3}$

14. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 6일 때, 이차방정식 $f(4x-1)=0$의 두 근의 합은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 6

해설

$f(x)=0$의 두 근을 α, β라 하면
$f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)$
$f(4x-1)$는 $f(x)$의 x대신 $4x-1$를 대입한 것과 같으므로
$f(4x-1)=k(4x-1-\alpha)(4x-1-\beta)=0$의 근은
$x=\dfrac{\alpha+1}{4},\ \dfrac{\beta+1}{4}$
$\therefore$두 근의 합은 $\dfrac{\alpha+1+\beta+1}{4}=\dfrac{6+2}{4}=2$

해설

$f(x)=0$의 두 근을 α,β라 하면
$f(\alpha)=0,\ f(\beta)=0$
$f(4x-1)=0$에서
$4x-1=\alpha,\ 4x-1=\beta$
$\therefore x=\dfrac{\alpha+1}{4},\ x=\dfrac{\beta+1}{4},$
$\therefore$두 근의 합은 $\dfrac{\alpha+1+\beta+1}{4}=\dfrac{6+2}{4}=2$

15. 다음 중 거짓인 명제를 모두 고른 것은?

① $xy > x + y > 4$ 이면 $x > 2, y > 2$ 이다.

② $x > 1$ 이면 $x^2 > 1$ 이다.

③ $x + y = 0$ 이면 $x = 0$ 이고 $y = 0$ 이다.

④ $x = 1$ 이면 $x^2 = 1$ 이다.

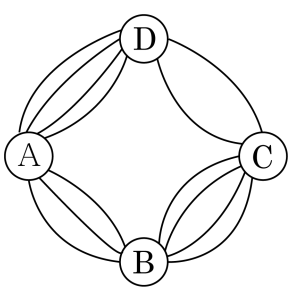
⑤ $2x + 4 > 0$ 이면 $x > -2$ 이다.

해설

① (반례) $x = 1.5,\ y = 10$ 이면 $xy > x + y > 4$ 이지만 $x < 2$, $y > 2$ 이므로 거짓이다.

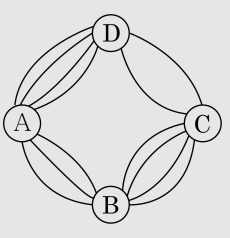
③ (반례) $x = -1, y = 1$ 이면 $x + y = 0$ 이지만 $x \neq 0,\ y \neq 0$ 이므로 거짓이다.

16. 4개의 도시 A, B, C, D 사이에 그림과 같은 도로가 있다. 갑, 을 두 사람이 A 에서 출발하여 B 또는D 를 통과하여 C 로 가는 방법이 수는? (단, 한 사람이 통과한 곳은 다른 사람이 통과할 수 없다.)



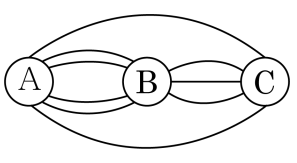
① 114 ② 152 ③ 192 ④ 214 ⑤ 298

해설



$A \to B \to C$ 로 가는 방법 : $3 \times 4 = 12$
$A \to D \to C$ 로 가는 방법 : $4 \times 2 = 8$
(i) 갑이 $A \to B \to C$ 로 가고,
을은 $A \to B \to C$ 로 가는 경우
$12 \times 8 = 96$
(ii) 을이 $A \to B \to C$ 로 가고,
갑은 $A \to B \to C$ 로 가는 경우
$8 \times 12 = 96$
따라서, 구하는 방법의 수는 $96 + 96 = 192$

17. 그림과 같이 A 에서 B 로 가는 길은 4 가지, B 에서 C 로 가는 길은 3 가지, A 에서 C 로 가는 길은 2 가지이다. A 에서 C 를 왕복하는 데 B 를 한 번만 거치는 방법의 수는?



① 24 ② 48 ③ 56 ④ 72 ⑤ 96

해설

(1) $A \to C \to B \to A$

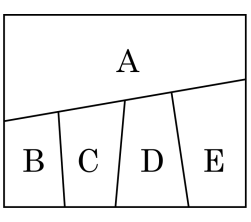
: $2 \times 3 \times 4 = 24$

(1) $A \to B \to C \to A$

: $4 \times 3 \times 2 = 24$

$\therefore 24 + 24 = 48$

18. 그림의 A, B, C, D, E 5 개의 영역을 빨강, 노랑, 파랑, 검정, 주황의 색 연필로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접하는 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수는?



① 120 ② 150 ③ 180 ④ 360 ⑤ 540

해설

A 를 먼저 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 5 가지이다. 그 다음 B를 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 4 가지 이고 나머지는 모두 3 가지씩 선택 할 수 있다.

$\therefore 5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$

19. 다음은 ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{(나}})$ 임을 보인 것이다.

> 10개의 숫자 1, 2, 3, $\cdots$, 9,10중에서 서로 다른 5개의 숫자를 뽑아서 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는 ${}_{10}P_5$ 이다.
> 이 때, 다섯 자리의 자연수 중에서 숫자 2가 들어있는 것의 개수는 ($\boxed{\text{가}}$), 숫자 2가 들어 있지 않은 것의 개수는 ($\boxed{\text{나}}$) 이다.
> 따라서 다음 등식이 성립한다.
> ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① ${}_9P_4$,$5{}_9P_5$　② $5{}_9P_4$, ${}_9P_5$　③ ${}_9P_4$, ${}_8P_5$

④ ${}_8P_4$, $4{}_9P_5$　⑤ $4{}_9P_4$, ${}_9P_5$

해설

다섯 자리의 자연수 중 2가 들어 있는 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자중에서
4개를 택하여 나열한 후 2를 추가하면 되므로 ${}_9P_4 \times 5 = 5{}_9P_4$
2가 들어 있지 않은 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자에서 5개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_9P_5$ 이다.
따라서 ${}_{10}P_5 = 5{}_9P_4 + {}_9P_5$

20. 5 개의 숫자 $0, 1, 2, 3, 4$ 중에서 서로 다른 세 개의 숫자를 써서 세 자리 정수를 만들 때,9 의 배수의 개수는?

① 6　　② 12　　③ 15　　④ 18　　⑤ 24

해설

각 자리수의 합이 9 의 배수일 때 그 수는 9 의 배수가 된다. $0, 1, 2, 3, 4$ 에서 각 자리수의 합이 9 의 배수가 되는 조합은 $(2, 3, 4)$ 뿐이다. $2, 3, 4$ 를 써서 만들 수 있는 3 자리 정수는 $3! = 6$

21. 등식 ${}_9P_5 = {}_9C_4 \times k!$ 을 만족하는 자연수 k 의 값은?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

${}_9\mathrm{P}_5 = {}_9\mathrm{C}_5 \times 5! = {}_9\mathrm{C}_4 \times 5!$

$\therefore k = 5$

22. 가사 시간에 요리활동에 참가한 학생들이 각자 할 일을 분담하기로 하였다. 희준이가 속해 활동할 조는 모두 7 명인데, 2 명은 카레밥, 3 명은 된장국, 나머지 2 명은 계란부침을 만들기로 할 때, 할 일을 나누는 방법의 수는?

① 100 ② 150 ③ 210 ④ 310 ⑤ 450

해설

7 명 중 카레밥을 만들 2명을 택하는 방법은 ${}_7C_2$ (가지),
나머지 5 명 중에 된장국을 만들 3 명을 택하는 방법은 ${}_5C_3$ (가지),
남은 나머지 2 명은 계란부침을 만들면 되므로 ${}_2C_2$ (가지) 이다.
이때, 카레밥을 만드는 2 명과 계란부침을 만드는 2 명은 같은 수이지만 카레밥을 만드는 일과 계란부침을 만드는 일은 구별이 되므로 할 일을 나누는 방법의 수는
${}_7C_2 \times {}_5C_3 \times {}_2C_2 = 210$ (가지)

23. $x+\frac{1}{x}=1$ 일 때, $x^{101}+\frac{1}{x^{101}}$ 의 값은?

① 1　　② -1　　③ -2　　④ 2　　⑤ 101

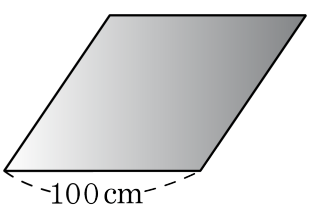
해설

$x+\frac{1}{x}=1$ 에서 $x^2+1=x$

$\therefore\ x^2-x+1=0,\ x^3=-1$

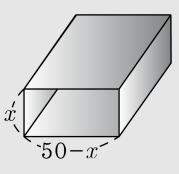
$$(\text{준 식})=(x^3)^{33}\cdot x^2+\frac{1}{(x^3)^{33}\cdot x^2}$$
$$=-x^2+\frac{-1}{x^2}=-\frac{x^4+1}{x^2}=-\frac{-x+1}{x^2}$$
$$=\frac{x-1}{x^2}=1$$

24. 다음 그림과 같은 철판을 구부려서 직사각형의 철판 S를 만들고자 한다. S 의 단면적의 최댓값은?



① $695\,\text{cm}^2$　② $710\,\text{cm}^2$　③ $625\,\text{cm}^2$　④ $525\,\text{cm}^2$　⑤ $410\,\text{cm}^2$

해설



다음 그림과 같이 단면적이 직사각형이 되도록 철판으르 구부리면 단면적 S 는

$S = x(50-x) = -x^2 + 50x$

$= -(x-25)^2 + 625$

$\therefore\ x = 25$ 일 때, S 의 최댓값은 $625\,\text{cm}^2$

25. 원점에서 직선 $(a-1)x+(a+3)y-4=0$ 에 이르는 거리를 $f(a)$ 라 할 때, $f(a)$ 의 최댓값은? (단, a 는 상수)

① 1　　② $\sqrt{2}$　　③ 2　　④ $2\sqrt{2}$　　⑤ 4

해설

$$f(a)=\frac{|-4|}{\sqrt{(a-1)^2+(a+3)^2}}$$

$$=\frac{4}{\sqrt{2a^2+4a+10}}$$

이 때, $f(a)$ 의 값이 최대가 되려면 분모가 최소이어야 한다.

$2a^2+4a+10=2(a^2+2a)+10=2(a+1)^2+8$

즉, 분모의 최솟값은 $\sqrt{8}$ 이므로

$f(a)$ 의 최댓값은 $\therefore\ \frac{4}{\sqrt{8}}=\sqrt{2}$

26. 직선 $x=2$에 접하고, 원 $(x+3)^2+y^2=1$에 외접하는 원의 중심의 자취를 나타내는 식은?

① $y^2=-8x$　② $y^2=8x$　③ $y^2=-12x$
④ $x^2=-8y$　⑤ $x^2=8y$

해설

구하는 원의 중심을 $\mathrm{P}(x,y)$라 놓고 x,y 사이의 관계식을 세운다.
점 P에서 직선 $x=2$에 내린 수선의 발을 B, 원$(x+3)^2+y^2=1$의 중심을 A라고 하면
$\overline{\mathrm{AP}}-1=\overline{\mathrm{BP}}$ 에서
$\sqrt{(x+3)^2+y^2}-1=2-x$
$\therefore\ y^2=-12x$

27. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 20\}$에 대하여 1 또는 2 또는 3을 포함하는 A의 부분집합의 개수는?

① $7 \cdot 2^{17}$　② $7 \cdot 2^{17} - 1$　③ 2^{17}
④ $2^{17} - 1$　⑤ $2^{17} + 1$

해설

구하는 부분집합은 A 의 부분집합 중에서 1, 2, 3 어느 것도 포함하지 않는 부분집합을 빼면 된다. A의 부분집합 중 1, 2, 3 어느 것도 포함하지 않는 부분집합은 2^{17} 개다.
$\therefore$ 구하는 부분집합의 개수는 $2^{20} - 2^{17} = 2^{17}(2^3 - 1) = 7 \cdot 2^{17}$

28. 집합 $X = \{-1, 1\}$을 정의역으로 하고, 실수 전체의 집합 R를 공역으로 하는 함수
$f(x) = |x|$, $g(x) = ax - 2$에 대하여 $f(-1) = g(-1)$일 때, $a + g(1)$의 값은?

① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

해설

$f(-1) = g(-1)$에서 $|-1| = -a - 2$, $1 = -a - 2$
$\therefore a = -3$
이때, $g(1) = -3 - 2 = -5$
$\therefore a + g(1) = -3 - 5 = -8$

29. $A = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x}}}$, $B = \dfrac{2}{2+\dfrac{2}{2+\dfrac{2}{x}}}$, $C = \dfrac{3}{3+\dfrac{3}{3+\dfrac{3}{x}}}$ 에 대하여 $x = \dfrac{2}{5}$ 일 때의 A, B, C 의 대소 관계를 순서대로 옳게 나타낸 것은?

① $A > B > C$　　② $A \geq B = C$　　③ $A < B < C$

④ $A \leq B = C$　　⑤ $A = B = C$

해설

$$A = \frac{1}{1+\frac{1}{x}} = \frac{1}{1+\frac{1}{\frac{2}{5}}} = \frac{1}{1+\frac{5}{2}}$$

$$= \frac{1}{1+\frac{2}{7}} = \frac{1}{\frac{9}{7}} = \frac{7}{9}$$

$$B = \frac{2}{2+\frac{2}{2+\frac{2}{x}}} = \frac{1}{1+\frac{1}{2+5}} = \frac{1}{\frac{8}{7}} = \frac{7}{8}$$

$$C = \frac{3}{3+\frac{3}{3+\frac{3}{x}}} = \frac{1}{1+\frac{1}{\frac{21}{2}}} = \frac{1}{\frac{23}{21}} = \frac{21}{23}$$

$\therefore\ A = \dfrac{21}{27},\ B = \dfrac{21}{24},\ C = \dfrac{21}{23}$

$\therefore A < B < C$

30. '국회의사당' 의 다섯 글자를 일렬로 나열할 때, 적어도 한쪽 끝에는 받침이 있는 글자가 오도록 하는 방법의 수는?

① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 받침이 없는 글자가 오는 경우의 수를 빼준다.

$5! - ({}_3P_2 \times 3!) = 84$