

1. 이차방정식 $ax^2 + x + 2a = 0$ 의 한 근이 2 이다. 다른 한 근을 b 라 할 때, ab 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{3}$

해설

$ax^2 + x + 2a = 0$ 에 $x = 2$ 대입

$$4a + 2 + 2a = 0, a = -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{3}x^2 + x - \frac{2}{3} = 0$$

각 항에 -3 을 곱하면

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-2)(x-1) = 0$$

$x = 2$ 또는 $x = 1$ (다른 한 근)

$$b = 1, ab = -\frac{1}{3} \times 1 = -\frac{1}{3}$$

2. 다음은 이차방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내는 과정이다.
(가)~(마)에 들어갈 수가 아닌 것은?

$$\begin{aligned}x^2 + 3x &= 2 \\x^2 + 3x + (\text{가}) &= 2 + (\text{나}) \\(x + (\text{다}))^2 &= (\text{마})\end{aligned}$$

- ① (가) : $\frac{9}{4}$ ② (나) : $\frac{9}{4}$ ③ (다) : $\frac{3}{2}$
④ (라) : 2 ⑤ (마) : 5

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 3x + \frac{9}{4} &= 2 + \frac{9}{4} \\(x + \frac{3}{2})^2 &= \frac{17}{4}\end{aligned}$$

따라서 (마)는 $\frac{17}{4}$ 이다.

3. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $9x^2 - 6x - 1 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2}}{2}$ ② $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$ ③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$
④ $x = 2 \pm 2\sqrt{2}$ ⑤ $x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 9(-1)}}{9} = \frac{3 \pm \sqrt{18}}{9} = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$$

4. 다음 보기에서 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $(x-4)(x-4) = 0$
- ㉡ $x^2 - 4x = 0$
- ㉢ $x^2 + 9 = 6x$
- ㉣ $2x^2 + 12x = -9$
- ㉤ $(x-1)(x+1) = 12x^2 - 5x$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax+b)^2 = 0$ 이다.
㉠ $x = 4$ (중근)
㉢ $x^2 + 9 = 6x$
 $x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x-3)^2 = 0$
 $\therefore x = 3$ (중근)

5. 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 근이 없을 때, k 의 값의 범위는?

- ① $k < 1$ ② $k = 1$ ③ $k > 1$
④ $k < 1$ ⑤ $k > -1$

해설

$$\begin{aligned} D &= 2^2 - 4k = 4(1 - k) \\ D < 0 \text{ 일 때, 근이 없으므로} \\ 4(1 - k) &< 0 \\ \therefore k &> 1 \end{aligned}$$

6. 차가 4인 두 자연수가 있다. 곱이 96일 때, 두 수의 합은?

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

두 자연수를 x , $x+4$ 라 하면
 $x(x+4) = 96$
 $x^2 + 4x - 96 = 0$
 $(x-8)(x+12) = 0$
 $\therefore x = 8 (\because x > 0)$
따라서 두 수의 합은 $8 + 12 = 20$ 이다.

7. 지상으로부터 50m 인 지점에서 1 초에 45m 의 빠르기로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 45t + 50$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 5 초 후의 높이는 얼마인가?

- ① 100m ② 125m ③ 150m ④ 175m ⑤ 200m

해설

$h = -5t^2 + 45t + 50$ 에서 $t = 5$ 를 대입하면

$$h = -125 + 225 + 50 = 150$$

따라서 발사 후 5 초 후의 높이는 150m이다.

8. 어떤 원의 반지름의 길이를 5cm 늘였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 6배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $1 + \sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}\pi(x+5)^2 &= 5\pi x^2 \\ x^2 + 10x + 25 &= 5x^2 \\ 5x^2 - 10x - 25 &= 0 \\ x^2 - 2x - 5 &= 0 \\ x &= 1 + \sqrt{6} (\because x > 0)\end{aligned}$$

9. 다음의 이차방정식에서 양의 근들의 합은?

$$\textcircled{\text{A}} (2x+1)(3x-1) = 0$$

$$\textcircled{\text{B}} 2x(x-1) = 0$$

$$\textcircled{\text{C}} 4\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\textcircled{1} \frac{3}{4}$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{3} \frac{5}{4}$$

$$\textcircled{4} \frac{5}{2}$$

$$\textcircled{5} 3$$

해설

$$\textcircled{\text{A}} 2x+1=0 \text{ 또는 } 3x-1=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{1}{3}$$

$$\textcircled{\text{B}} 2x=0 \text{ 또는 } x-1=0 \quad \therefore x=0 \text{ 또는 } x=1$$

$$\textcircled{\text{C}} x-\frac{1}{2}=0 \text{ 또는 } x-\frac{2}{3}=0 \quad \therefore x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

$$\text{따라서 양의 근만 모두 더하면 } \frac{1}{3}+1+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{5}{2}$$

10. 이차방정식 $(x-4)^2 = 2x-5$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $(2a-b)^2 - (a+b)^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$\begin{aligned}(x-4)^2 &= 2x-5 \\ x^2 - 8x + 16 - 2x + 5 &= 0 \\ x^2 - 10x + 21 &= 0 \\ (x-7)(x-3) &= 0 \\ \therefore x &= 7 \text{ 또는 } x = 3 \\ a > b \text{ 이므로 } a &= 7, b = 3 \\ (2a-b)^2 - (a+b)^2 & \\ &= (2a-b+a+b)(2a-b-a-b) \\ &= 3a(a-2b) \\ &= 3 \times 7 \times (7-6) = 21\end{aligned}$$

11. 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$ 의 한 근이 2 일 때, a 의 값과 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$x^2 + x + a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하여 정리하면

$$6 + a = 0 \quad \therefore a = -6$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -3$$

$$\therefore (-6) \times (-3) = 18$$

12. 이차방정식 $x^2 + ax - 20 = 0$ 의 한 근이 5 이고, 다른 한 근은 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 근일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 44 ② -44 ③ 45 ④ -45 ⑤ -50

해설

$x = 5$ 를 $x^2 + ax - 20 = 0$ 에 대입하면
 $25 + 5a - 20 = 0$
 $\therefore a = -1$
 $x^2 - x - 20 = (x - 5)(x + 4) = 0$
따라서 다른 한 근은 $x = -4$ 이다.
 $x = -4$ 를 $2x^2 - 3x + b = 0$ 에 대입하면
 $32 + 12 + b = 0$ 이다.
 $\therefore b = -44$
 $\therefore a + b = -1 + (-44) = -45$

13. 다음 중 증근을 갖는 이차방정식을 모두 고르면?

① $x^2 - 3x + 2 = 0$

② $2(x-5)^2 - 3 = -3$

③ $x^2 - 2x + 1 = x^2$

④ $x^2 = 2x$

⑤ $2x^2 - 12x + 18 = 0$

해설

(완전제곱식)=0의 꼴일 때 증근을 갖는다.

② $(x-5)^2 = 0$

⑤ $(x-3)^2 = 0$

14. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 12x + a = b$ 가 중근을 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

주어진 방정식이 중근을 가지려면
 $x^2 + 12x + a - b = 0$ 이 (완전제곱식)=0 의 꼴이 되어야 하므로
 $(x + 6)^2 = 0$ 이다.
 $\therefore a - b = 36$

15. x 에 관한 이차방정식 $-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = 0$ 이 증근 a 를 가질 때, ak 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

증근을 가지려면, $-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = -(x^2 - 4kx + 3k^2 + 4)$$

$$\therefore \left(-4k \times \frac{1}{2}\right)^2 = 3k^2 + 4$$

$$4k^2 = 3k^2 + 4, k^2 = 4$$

$$\therefore k = \pm 2$$

$k = \pm 2$ 을 주어진 방정식에 대입하면

$$x^2 \pm 8x + 16 = 0$$

$$\therefore x = \pm 4$$

$\therefore k = 2$ 일 때, 증근 $a = 4$ 또는 $k = -2$ 일 때, 증근 $a = -4$

$$\therefore ak = 8$$

16. 이차방정식 $2(x+a)^2 = b (b > 0)$ 의 해가 $x = 3 \pm \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -3$

▷ 정답 : $b = 10$

해설

$2(x+a)^2 = b$ 에서 $(x+a)^2 = \frac{b}{2}$ 이므로

$$x+a = \pm \sqrt{\frac{b}{2}}$$

$$\therefore x = -a \pm \sqrt{\frac{b}{2}}$$

따라서 $a = -3, b = 10$ 이다.

17. 이차방정식 $2x^2 - 12x + 13 = 0$ 을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때,

$a - 2b$ 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 0 ③ -4 ④ -6 ⑤ -8

해설

$$2x^2 - 12x + 13 = 0$$

$$2(x^2 - 6x + 9) = -13 + 18$$

$$(x-3)^2 = \frac{5}{2}$$

$$\therefore a = -3, b = \frac{5}{2}$$

$$\therefore a - 2b = -8$$

18. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
 ④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

19. 이차방정식 $x^2 + k(4x + 1) + 3 = 0$ 의 해가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. (단, $k > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

해가 1개이므로 $x^2 + 4kx + k + 3 = 0$ 이 중근을 갖는다.

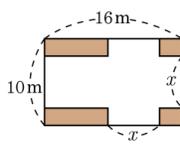
따라서 $D = (4k)^2 - 4(k + 3) = 0$ 이다.

$$4k^2 - k - 3 = 0$$

$$(4k + 3)(k - 1) = 0$$

$k > 0$ 이므로 $k = 1$

20. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 16m, 10m인 직사각형 모양의 땅에 길을 만들려고 한다. 길을 제외한 땅의 넓이가 40m^2 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답: m

▶ 정답: 6m

해설

길의 폭을 $x\text{m}$ 라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(16-x)\text{m}$, 세로의 길이가 $(10-x)\text{m}$ 인 직사각형의 넓이와 같으므로

$$(16-x)(10-x) = 40$$

$$x^2 - 26x + 120 = 0$$

$$(x-6)(x-20) = 0$$

$$\therefore x = 6(\text{단}, 0 < x < 10)$$

21. 두 이차방정식 $2x^2 - ax + 2 = 0$, $x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인 해가 2일 때, ab 의 값을 구하면?

- ① -25 ② -10 ③ 1 ④ 10 ⑤ 25

해설

주어진 식에 x 대신 2를 대입하면

$$8 - 2a + 2 = 0, \quad a = 5$$

$$4 - 6 + b = 0, \quad b = 2$$

$$\therefore ab = 10$$

22. 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 해가 정수일 때, 자연수 a 의 값 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 - 8x + a = 0$ 의 해 $x = 4 \pm \sqrt{16 - a}$ 가 정수이기 위해서는 근호 안의 수가 제곱수이어야 한다.

a 는 자연수이므로 $0 \leq 16 - a < 16$

$16 - a = 0, 1, 4, 9$

$\therefore a = 7, 12, 15, 16$

따라서 가장 큰 수는 $a = 16$ 이다.

23. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1) = \frac{1}{3}(x-2)^2$$

- ① 1, -7 ② -7, 2 ③ -4, 9 ④ 3, -5 ⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$$3(x-2)(x+1) = 2(x-2)^2$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$(x+7)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -7 \text{ 또는 } x = 2$$

24. 어느 반 학생들에게 공책 144권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

① 6권 ② 9권 ③ 12권 ④ 16권 ⑤ 24권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x+7)$ 명이라 하면,

$$x(x+7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x+16)(x-9) = 0$$

$$\therefore x = 9 (\because x > 0)$$