

1. 이차방정식 $x^2 - 2ax + a^2 = 0$ 의 한 근이 2 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x = 2$ 를 방정식에 대입하면 $4 - 4a + a^2 = 0$ 이다.

$$(a - 2)^2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

2. 이차방정식 $2x^2 - ax + 2b - 4 = 0$ 이 중근 $x = -2$ 를 가질 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 2 ② -2 ③ 1 ④ -1 ⑤ 4

해설

중근 -2 를 가지므로
 $(x+2)^2 = 0$ 에서
 $x^2 + 4x + 4 = 0$
양변에 2를 곱하면
 $2x^2 + 8x + 8 = 0$
 $\therefore a = -8, b = 6$
 $\therefore a + b = -2$

3. 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 가 해를 가질 조건을 고르면?

- ① $a \leq 0$ ② $b > 0$ ③ $b < 0$ ④ $b \geq 0$ ⑤ $a > 0$

해설

$b > 0$ 이면 서로 다른 두 실근
 $b = 0$ 이면 중근
따라서 $b \geq 0$ 이다.

4. 다음 이차방정식을 풀어라.

$$2x(x+3) = x^2 - 1$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $-3 + 2\sqrt{2}$

▷ 정답: $-3 - 2\sqrt{2}$

해설

$$2x^2 + 6x = x^2 - 1$$

$$x^2 + 6x + 1 = 0$$

근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-1}}{1} = -3 \pm \sqrt{8} = -3 \pm 2\sqrt{2} \text{이다.}$$

5. 이차방정식 $\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{A}}{9}$ 일 때, A의 값은?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 23 ⑤ 26

해설

$\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 양변에 6을 곱하면

$$9x^2 - 2x - 1 = 0, x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{9}$$

$\therefore A = 10$

6. 다음 이차방정식 중 증근을 갖는 것은?

① $x^2 + 2x = 0$

② $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8} = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $9x^2 - 49y^2 = 0$

⑤ $4x^2 + 15x + 9 = 0$

해설

증근 : 판별식이 0이어야 한다.

③ $\frac{D}{4} = \left(-\frac{8}{2}\right)^2 - 2 \times 8 = 0$

7. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

- ① $(4 + 3\sqrt{2})\text{cm}$ ② $(4 - \sqrt{2})\text{cm}$ ③ $(4 + \sqrt{2})\text{cm}$
④ $(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}$ ⑤ $(4 + 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 하면,

$$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$$

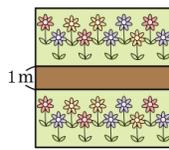
$$x^2 = 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$(x-4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4 + 2\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 1m 가 되는 길을 1개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 30m^2 였다. 꽃밭의 가로 길이는?



- ① 3m ② 4m ③ 5m
 ④ 6m ⑤ 7m

해설

정사각형의 가로 길이를 $x\text{m}$ 라고 하면

$$(\text{꽃밭의 넓이}) = x(x-1)$$

$$x(x-1) = 30$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0)$$

9. 직선 $ax - y = -6$ 가 점 $(a + 1, 2a^2)$ 을 지나고 제 3사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$ax - y = -6$ 에 점 $(a + 1, 2a^2)$ 을 대입

$$a(a + 1) - 2a^2 = -6$$

$$a^2 + a - 2a^2 + 6 = 0, a^2 - a - 6 = 0$$

$$(a - 3)(a + 2) = 0$$

$$a = 3 \text{ 또는 } a = -2$$

$ax - 2y = -6$ 가 제 3사분면을 지나지 않으려면 $a < 0$ 이므로

$$a = -2$$

10. 이차방정식 $4x^2 - ax - 48 = 0$ 의 해가 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값과 그 때의 다른 한 근의 합을 구하면?

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$$16 + 2a - 48 = 0$$

$$\therefore a = 16$$

$$4x^2 - 16x - 48 = 0$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 6, -2$$

$$\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 16 + 6 = 22$$

11. 이차방정식 $(x+7)(x-5) = 7$ 를 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 나타낼 때, pq 의 값을 구하면? (단, p, q 는 상수이다.)

① 43 ② 45 ③ 47 ④ 49 ⑤ 51

해설

$$\begin{aligned}(x+7)(x-5) &= 7, & x^2 + 2x - 35 &= 7 \\ x^2 + 2x &= 42, & (x+1)^2 &= 43 \\ p &= 1, & q &= 43 \\ \therefore pq &= 43\end{aligned}$$

12. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $2x^2 - 10x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned} 2x^2 - 10x - 1 = 0 \text{ 에서 양변을 } 2 \text{ 로 나누면 } x^2 - 5x - \frac{1}{2} = 0 \\ x^2 - 5x = \frac{1}{2} \\ x^2 - 5x + (\text{가}) = \frac{1}{2} + (\text{가}) \\ (x + (\text{나}))^2 = (\text{다}) \\ x + (\text{나}) = \pm(\text{라}) \\ \therefore x = (\text{마}) \end{aligned}$$

- ① (가): $\frac{25}{4}$ ② (나): $-\frac{5}{2}$ ③ (다): $\frac{27}{4}$
④ (라): $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ⑤ (마): $\frac{5 \pm 3\sqrt{3}}{2}$

해설

$$(\text{라}): \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

13. 이차방정식 $(x+a)^2 = b$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $a < 0$

② $a \geq 0$

③ $b < 0$

④ $b > 0$

⑤ $ab > 0$

해설

$$x + a = \pm \sqrt{b}, x = -a \pm \sqrt{b}$$

근이 두 개이기 위해서는 근호 안의 수가 양수이어야 한다.

$$\therefore b > 0$$

14. 다음 두 식을 만족하는 정수 a, b 의 합을 구하면?

$$\begin{cases} 3(a+b)^2 + (a+b) = 14 \\ 2(a-b)^2 - 9(a-b) = 18 \end{cases}$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$a+b=A, a-b=B$ 라고 하면

$$3A^2 + A = 14$$

$$3A^2 + A - 14 = 0$$

$$(A-2)(3A+7) = 0$$

a, b 는 정수이므로 $a+b=2 \cdots \textcircled{1}$

$$2B^2 - 9B = 18$$

$$2B^2 - 9B - 18 = 0$$

$$(2B+3)(B-6) = 0$$

a, b 는 정수이므로 $a-b=6 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 에서 $2a = 8$ 이다.

따라서 $a = 4, b = -2$ 이다.

$$\therefore a+b = 4 + (-2) = 2$$

15. 1부터 9까지의 숫자가 각각 적힌 9장의 카드 중에서 n 장의 카드를 뽑았다. 이 카드를 이용하여 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수가 모두 30개일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

십의 자리에 들어갈 수 있는 개수는 n ,

일의 자리에 들어갈 수 있는 개수는 $n-1$

$$n(n-1) = 30$$

$$n^2 - n - 30 = 0$$

$$(n-6)(n+5) = 0$$

$n > 0$ 이므로 $n = 6$ 이다.

16. 십의 자리의 수가 4인 두 자리의 정수가 있다. 이 수는 이 수의 일의 자리의 수보다 2만큼 작은 수의 제곱과 같을 때, 이 수는 얼마인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 49

해설

일의 자리 수를 x 라 하면

$$40 + x = (x - 2)^2$$

$$x^2 - 5x - 36 = 0$$

$$(x + 4)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x \geq 0)$$

따라서 구하는 수는 $40 + 9 = 49$ 이다.

17. 지철이가 높이 30m 되는 건물의 옥상에서 야구공을 위를 향해서 초속 25m 로 던졌다. 이 때, x 초 후의 이 야구공의 지상으로부터의 높이는 $(30+25x-5x^2)$ m 라고 한다. 야구공의 높이가 처음으로 60m 가 되는 데 걸리는 시간은?

- ① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초 ④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$$30 + 25x - 5x^2 = 60$$

$$5(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$5(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$x = 2, 3$$

따라서 처음으로 60m가 되는 데 걸리는 시간은 2 초이다.

18. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$ 를 정리하면,

$$(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 8, \quad b = 10, \quad c = -\frac{3}{2}$$

$$a + b + c = \frac{33}{2} \text{이다.}$$

19. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}\alpha^3 + 2\alpha^2 &= \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha \\ \therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} &= \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10\end{aligned}$$

20. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 12$

해설

주어진 식에 x 대신 3을 대입하면

$$3^2 - 10 \times 3 + a = 0, a = 21$$

$$3^2 + b = 0, b = -9$$

$$\therefore a + b = 21 - 9 = 12$$

21. 이차방정식 $x^2 + (-m+3)x + 24 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠ 주어진 이차방정식의 해는 4, 6밖에 없다.
- ㉡ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m > 0$ 이다.
- ㉢ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m = 13$ 이다.
- ㉤ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 6이다.

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면
 $\alpha(\alpha + 2) = 24$ 에서 $\alpha = 4$ 또는 -6
㉠ $\{4, 6\}$ 또는 $\{-6, -4\}$
㉡ $\alpha < 0$ 이면 두 근은 $-6, -4$ 이고 $m - 3 = -6 - 4 = -10$
 $m = -7$ 이므로 $m < 0$ 이다.
㉢ $\alpha > 0$ 이면 두 근은 4, 6이고
 $m - 3 = 4 + 6 = 10$
 $\therefore m = 13$
㉤ $m = -7, 13$ 이므로 모든 m 의 값의 합은 6이다

22. 어린이 날을 맞이하여 구슬 126 개를 어린이들에게 똑같이 나누어 주었다. 그 후에 어린이 5 명이 더 와서 어린이들에게 나누어 주었던 구슬을 5 개씩 회수하여, 나중에 온 5 명의 어린이들에게 똑같이 주었더니 모든 어린이들에게 돌아간 구슬의 수가 같게 되었다. 처음 어린이들의 수는?

① 5명 ② 6명 ③ 7명 ④ 8명 ⑤ 9명

해설

처음 어린이의 수를 x 명이라 하면

처음 한 사람당 받은 구슬의 수는 $\frac{126}{x}$ 개

나중 어린이 수는 $(x+5)$ 명

나중에 한 사람당 받은 구슬의 수는 $(\frac{126}{x}-5)$ 개 이므로

$$\left(\frac{126}{x}-5\right)(x+5)=126$$

$x > 0$ 이므로 $x = 9$

23. 직선 $ax - 3y = -3$ 이 점 $(a + 1, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{3}{2}$

해설

$ax - 3y = -3$ 이 점 $(a + 1, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a + 1) - 3a^2 = -3$$

$$a^2 + a - 3a^2 + 3 = 0$$

$$-2a^2 + a + 3 = 0, 2a^2 - a - 3 = 0$$

$$(a + 1)(2a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

$ax - 3y = -3, y = \frac{a}{3}x + 1$ 이므로

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

24. 두 수 x, y 가 모두 양의 정수일 때, $(x+y)^2 + 3x + y = 1996$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $y - 2x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$x + y \leq 44$ 이므로 ($\because 44^2 < 1996 < 45^2$)

1) $x + y = 44$ 이면,

$$\begin{aligned}(x+y)^2 + 3x + y &= (x+y)^2 + 3(x+y) - 2y \\ &= 1936 + 132 - 2y = 1996\end{aligned}$$

$\therefore y = 36, x = 8$

2) $x + y \leq 43$ 이면,

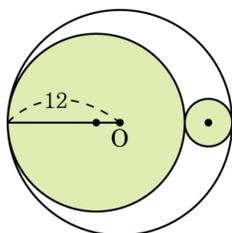
$$2y = (x+y)^2 + 3(x+y) - 1996 \leq 43^2 + 129 - 1996$$

$$2y \leq -18$$

즉, y 의 값이 음수이므로 문제의 조건에 적합하지 않다.

따라서 $y = 36, x = 8$ 이므로 $y - 3x = 20$ 이다.

25. 다음 그림에서 색칠된 부분의 넓이가 원 O의 넓이의 $\frac{2}{3}$ 가 될 때, 색칠한 두 개의 원 중 큰 것의 반지름의 길이는?



- ① $4 + 2\sqrt{3}$ ② $6 + 2\sqrt{3}$ ③ $4 + 3\sqrt{2}$
 ④ $3 + 2\sqrt{6}$ ⑤ $2 + 6\sqrt{3}$

해설

$$(\text{큰 원의 반지름}) = x$$

$$(\text{작은 원의 반지름}) = \frac{24 - 2x}{2} = 12 - x$$

$$\pi \{x^2 + (12 - x)^2\} = 144\pi \times \frac{2}{3}$$

$$x^2 - 12x + 24 = 0$$

$$x = 6 \pm 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 6 + 2\sqrt{3} \quad (\because 6 < x < 12)$$