

1. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} (\neq 0)$ 일 때, $\frac{3a-b-c}{3a+b+c} = -\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로 소인 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k (k \neq 0)$ 로 놓으면

$a = 2k, b = 3k, c = 4k$

$\therefore \frac{3a-b-c}{3a+b+c} = \frac{6k-3k-4k}{6k+3k+4k} = \frac{-k}{13k} = -\frac{1}{13}$

$\therefore p = 13, q = 1 \quad p+q = 14$

2. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.
- ② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.
- ③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.
- ⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$$

그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고

$y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,

y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

3. 0이 아닌 두 실수 a, b 가 $\frac{a+2b}{2a-3b} = 1$ 을 만족할 때, $\frac{a^2+ab+2b^2}{(a-b)(a+2b)}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{8}{7}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{15}{8}$ ⑤ $\frac{9}{8}$

해설

$$\frac{a+2b}{2a-3b} = 1 \text{ 에서 } a+2b = 2a-3b \text{ 이므로 } a = 5b$$

$$\therefore \frac{a^2+ab+2b^2}{(a-b)(a+2b)} = \frac{(5b)^2+5b \times b+2b^2}{(5b-b)(5b+2b)}$$

$$= \frac{32b^2}{4b \times 7b} = \frac{32b^2}{28b^2} = \frac{8}{7}$$

4. $x + y - z = 2x + 3y - 2z = -x - 2y + 2z$ 일 때,
 $\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)$ 를 가장 간단한 정수비로 나타내면?

- ① 3 : 2 : 5
- ② 3 : 5 : -5
- ③ 2 : 3 : 5
- ④ 3 : 5 : 2
- ⑤ 2 : 3 : -2

해설

$x + y - z = 2x + 3y - 2z$ 에서 $x + 2y = z \dots\dots\textcircled{A}$
 $x + y - z = -x - 2y + 2z$ 에서 $2x + 3y = 3z \dots\textcircled{B}$
 $\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 에서 $y = -z, x = 3z$
 $\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)$
 $= \left(-\frac{1}{z} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{3z}\right) : \left(\frac{1}{3z} - \frac{2}{z}\right)$
 $= \left(\frac{1}{z}\right) : \left(\frac{5}{3z}\right) : \left(-\frac{5}{3z}\right)$
 $= 3 : 5 : -5$

5. 다항함수 $f(x) = \frac{x-a}{(a-b)(a-c)} + \frac{x-b}{(b-c)(b-a)} + \frac{x-c}{(c-a)(c-b)}$ 일 때, $f(2013)$ 의 값은?
- ① $a+b+c$ ② $a^2+b^2+c^2$ ③ $a^3+b^3+c^3$
④ $ab+bc+ca$ ⑤ 0

해설

주어진 식을 통분하면
(분자)
 $= \{(x-a)(b-c) + (x-b)(c-a) + (x-c)(a-b)\}$
 $= (b-c+c-a+a-b)x$
 $+ (-ab+ac-bc+ab-ca+cb) = 0$
 $\therefore f(x) = 0 \quad \therefore f(2013) = 0$

해설

주어진 식의 분모는 0이 아니므로
 a, b, c 는 서로 다른 수이고
 $f(a) = \frac{a-b}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-c}{(c-a)(c-b)}$
 $= \frac{-1}{b-c} + \frac{1}{b-c} = 0$
 $f(b) = \frac{b-a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b-c}{(c-a)(c-b)}$
 $= \frac{-1}{a-c} + \frac{1}{a-c} = 0$
그런데 $f(x)$ 는 일차이하의 함수이고
 $f(a) = f(b) = 0$ 이므로
모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = 0$ 이다.
 $\therefore f(2013) = 0$