

1. 집합 $A = \{x \mid 1 < x < 2 \text{인 실수}\}$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

① $3 \in A$

② $\sqrt{3} \notin A$

③ $A = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$

④ 집합 A 는 무한집합이다.

⑤ 집합 A 는 공집합이다.

해설

① $3 > 2$ 이므로 $3 \notin A$ 이다.

② $1^2 < (\sqrt{3})^2 < 2^2$ 에서 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $\sqrt{3} \in A$

③ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ 은 모두 1보다 작으므로

$A \neq \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 이다.

⑤ $\frac{3}{2} \in A$ 이므로 공집합이 아니다.

2. 두 집합 $A = \{1, 4, 7, 10, 11\}$, $B = \{1, 7, 9, 10, 12\}$ 일 때, $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$A \cup B = \{1, 4, 7, 9, 10, 11, 12\}$ 이므로
원소의 합을 구하면 $1 + 4 + 7 + 9 + 10 + 11 + 12 = 54$

3. 진수는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가 $A - B = \{1, 7\}$ 인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합 $A = \{1, 3, 5, b\}$, $B = \{2, a, 4, 5\}$ 를 발견하였다. 이 때, 원소 a, b 를 찾아 $b - a$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A - B \subset A$ 이고 $A - B = \{1, 7\}$ 이므로 $b = 7$ 이다. $A \cap B = \{3, 5\}$ 이므로 $a = 3$ 이다. 따라서 $b - a = 7 - 3 = 4$ 이다.

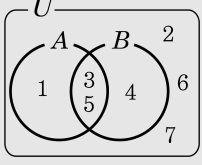
4. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{1, 3, 4, 5\})^c = \{2, 6, 7\}$ 이므로 원소의 합은 $2 + 6 + 7 = 15$ 이다.



5. 30명의 학생에게 A, B 두 문제를 풀게 했더니 A 를 푼 학생은 21명, B 를 푼 학생은 14명이며, A, B 를 모두 못푼 학생은 5명이었다. A, B 를 모두 푼 학생의 수는?

① 5명 ② 10명 ③ 15명 ④ 7명 ⑤ 17명

해설

$$\begin{aligned} n(U) &= 30, n(A) = 21, \\ n(B) &= 14, n(A^c \cap B^c) = 5 \text{ 이므로} \\ n(A^c \cap B^c) &= n(A \cup B)^c = n\{U - (A \cup B)\} \\ &= n(U) - n(A \cup B) = 5 \text{ 에서} \\ n(A \cup B) &= n(U) - 5 = 30 - 5 = 25 \\ \therefore n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 21 + 14 - 25 = 10 \text{ (명)} \end{aligned}$$

6. 다음 보기 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 큰 컴퓨터들의 모임
- ㉡ 10보다 큰 자연수들의 모임
- ㉢ MP3를 많이 가진 학생들의 모임
- ㉣ 게임을 잘하는 학생들의 모임
- ㉤ 0과 1 사이에 있는 자연수의 모임
- ㉥ 우리 반에서 PMP를 가진 학생들의 모임

① ㉡, ㉣

② ㉢, ㉥

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉥

⑤ ㉡, ㉢, ㉥

해설

- ㉠ ‘큰’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ ‘많이’라는 단어는 명확한 기준이 없으므로 집합이 될 수 없다.
- ㉣ ‘잘하는’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉤ 0과 1 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
즉, 원소가 하나도 없는 집합을 의미한다. 그러므로 집합이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.
- ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 2, 6\}) = 0$ 이다.
- ③ $n(A) \leq n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 6$ 이다.
- ⑤ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.

해설

③ 반례: $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 4, 6\}$

8. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ 이고, 두 부분집합 $A = \{a, c, d, e, h\}$, $B = \{b, f, h\}$ 일 때, $A^c \cap B$ 는?

① $\{b\}$ ② $\{f\}$ ③ $\{b, f\}$ ④ $\{h\}$ ⑤ $\{b, h\}$

해설

$$A^c = \{b, f, g\}$$

$$B = \{b, f, h\}$$

$$A^c \cap B = \{b, f\}$$

9. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 등식이 성립하지 않는 것은?

① $(A - B) - C = A - (B \cup C)$

② $(A - B)^c - B = (A \cap B)^c$

③ $(A \cap B) - C = A \cap (B - C)$

④ $A \cap (A \cup B)^c = \phi$

⑤ $(B - C) \cap (B - A) = B \cap (A \cup C)^c$

해설

② $(A - B)^c - B = (A \cap B^c)^c \cap B^c = (A^c \cup B) \cap B^c = (A^c \cap B^c) \cup (B \cap B^c)$
 $= (A^c \cap B^c) = (A \cup B)^c$

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 연산 $\star$ 을 $A \star B = (A \cup B)^c \cup (A \cap B)$ 로 정의할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $A \star \emptyset = A$

② $A \star U = A^c$

③ $A \star A^c = \emptyset$

④ $A \star B \neq B \star A$

⑤ $A \star B^c \neq A^c \star B$

해설

① $A \star \emptyset = (A \cup \emptyset)^c \cup (A \cap \emptyset)$
 $= A^c \cup \emptyset = A^c$

② $A \star U = (A \cup U)^c \cup (A \cap U)$
 $= U^c \cup A$
 $= \emptyset \cup A = A$

③ $A \star A^c = (A \cup A^c)^c \cup (A \cap A^c)$
 $= U^c \cup \emptyset = \emptyset$

④ $A \star B = (A \cup B)^c \cup (A \cap B)$
 $= (B \cup A)^c \cup (B \cap A)$
 $= B \star A$

⑤ $A \star B^c = (A \cup B^c)^c \cup (A \cap B^c)$
 $= (A^c \cap B) \cup (A^c \cup B)^c$
 $= (A^c \cup B)^c \cup (A^c \cap B) = A^c \star B$

11. 두 집합 $A = \{a, b, 7\}$, $B = \{a + 1, 4, 6\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $a \times b$ 의 값은?

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 이다. 집합 A, B 의 모든 원소가 같아야 하므로 $a + 1 = 7$ 이다.

즉 $a = 6$ 이고 집합 $B = \{7, 4, 6\}$ 이므로 $b = 4$ 이다. 따라서 $a \times b = 6 \times 4 = 24$ 이다.

12. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{보다 작은 홀수}\}$ 의 1, 3을 반드시 포함하고 9는 포함하지 않는 부분집합 중 원소의 개수가 4개인 것은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 3 개

해설

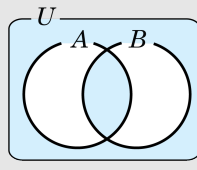
$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 에서 원소 1, 3, 9를 제외한 $\{5, 7, 11\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2개인 것은 $\{5, 7\}, \{7, 11\}, \{5, 11\}$ 의 3개이므로, 1, 3을 반드시 포함하고 9는 포함하지 않는 A 의 부분집합은 $\{1, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 7, 11\}, \{1, 3, 5, 11\}$ 이다.

13. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 등식 $(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c) = U$ 가 성립할 때, 다음 중 A, B 사이의 관계를 가장 옳게 나타낸 것은?

- ① $A \cup B = U$ ② $A \cap B = B$ ③ $A - B = \emptyset$
 ④ $A = B$ ⑤ $A \cap B = \emptyset$

해설

$(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c) = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c = U$
 이므로 벤다이어그램을 그려보면 하얀 부분, 즉 $(A - B) \cup (B - A) = \emptyset$ 이 됨을 알 수 있다. 따라서 $A - B = \emptyset$ 이고 $B - A = \emptyset$
 $(\because P \cup Q = \emptyset$ 이면 $P = \emptyset$ 이고 $Q = \emptyset)$
 $A \subset B, B \subset A$ ($\because P - Q = \emptyset$ 이면 $P \subset Q$)
 $\therefore A = B$ ($\because P \subset Q, Q \subset P$ 이면 $P = Q$)



14. 집합 $A_k = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } k \text{의 배수}\}$ 이라 정의한다. 집합 $P = \{x| x \in A_2, y \in A_3\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

- $X \subset P$
- $X \cap \{xy | x \in A_4, y \in A_6\}$
 $= \{xy | x \in A_4, y \in A_6\}$

▶ 답: 개

▶ 정답 : 512개

해설

$$\begin{aligned} A_k &= \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } k \text{의 배수}\}, \\ A_2 &= \{2, 4, 6, 8, 10\}, A_3 = \{3, 6, 9\}, \\ P &= \{xy|x \in A_2, y \in A_3\} = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 48, 54, 60, 72, 90\}, \\ X &\subset P, \{xy|x \in A_4, y \in A_6\} = \{24, 48\} \text{ 이므로} \\ X \cap \{xy|x \in A_4, y \in A_6\} &= \{xy|x \in A_4, y \in A_6\}, \{24, 48\} \subset X \\ \text{따라서 집합 } X &\text{는 집합 } P \text{의 부분집합 중, } 24, 48 \text{을 반드시} \\ \text{포함하는 부분집합이므로 집합 } X &\text{의 개수는 } 2^{11-2} = 512 \text{ (개)} \end{aligned}$$

15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B - A$ 를 표현한 것이 아닌 것은?

① $(A \cup B) - A$

② $B \cap A^c$

③ $A^c - B^c$

④ $A \cap B^c$

⑤ $B - (A \cap B)$

해설

$B - A = B \cap A^c = B - (A \cap B) = (A \cup B) - A = A^c - B^c$ 이므로
④이다.