

1. 다음 중에서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것을 모두 찾으시오.

① $y = 2x^3 - 2x$

② $y = x(x + 2)$

③ $y = \frac{4}{x^2}$

④ $y = (x + 1)(x - 2)$

⑤ $y = (x - 1)^2 - (x - 2)^2$

해설

① $y = 2x^3 - 2x$ 는 삼차함수이다.

③ $y = \frac{4}{x^2}$ 는 분수함수이다.

⑤ $y = (x - 1)^2 - (x - 2)^2 = 2x - 3$ 이므로 일차함수이다.

2. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $f(0) = 0$

② $f(-1) = 0$

③ $f(1) = 2$

④ $f(2) = 3$

⑤ $f(-2) = 7$

해설

② $f(-1) = (-1)^2 - 2 \times (-1) - 3 = 0$

3. $y = ax^2$ 일 때, $x = 3$ 일 때, $y = -18$ 이다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$-18 = a \times 3^2$$

$$-18 = 9a$$

$$\therefore a = -2$$

4. 다음 중 $y = x^2$ 의 그래프와 $y = -x^2$ 의 공통점이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 3 개)
- ① 원점을 지난다.
 - ② 아래로 볼록하다.
 - ③ y 축에 대하여 대칭이다.
 - ④ 그래프가 제 1 사분면을 지난다.
 - ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

x^2 의 계수가 양수면 아래로 볼록, 음수면 위로 볼록하다.

5. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 $(4, m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 4 ② 8 ③ 6 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면

$$y = (x - 2)^2$$

점 $(4, m)$ 을 지나므로

$$m = (4 - 2)^2$$

$$\therefore m = 4$$

6. 이차함수 $y = 2(x + 4)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 이차함수의 식은?

① $y = 2x^2 + 8x + 5$

② $y = -2x^2 - 4x - 11$

③ $y = x^2 + 4x + 1$

④ $y = 2x^2 - 8x + 5$

⑤ $y = 2x^2 - 8x + 3$

해설

$$y = 2(x + 4 - 2)^2 + 2 - 5$$

$$y = 2(x + 2)^2 - 3$$

$$\therefore y = 2x^2 + 8x + 5$$

7. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + a$ 의 그래프가 점 (3, 4) 를 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① (0, 0)

② (3, 0)

③ (0, 3)

④ (0, 4)

⑤ (0, 7)

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2 + a$ 의 그래프가 점 (3, 4) 를 지나므로

$$4 = -\frac{1}{3} \times 3^2 + a, a = 7$$

$y = -\frac{1}{3}x^2 + 7$, 꼭짓점 (0, 7) 이다.

8. 다음 이차함수의 그래프 중에서 제 2 사분면을 지나지 않는 것은?

① $y = 2(x + 1)^2 - 3$

② $y = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 + 6$

③ $y = (x - 4)^2 + 5$

④ $y = -3(x - 1)^2 + 2$

⑤ $y = \frac{3}{2}(x + 2)^2 + 9$

해설

④ $y = -3(x - 1)^2 + 2$ 의 그래프는
꼭짓점이 (1, 2) 이고 y 절편이 -1 인 위로 볼록한 그래프이다.
따라서 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

9. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1, 4)$

② $(-1, -4)$

③ $(1, -4)$

④ $(4, -1)$

⑤ $(1, 4)$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 1 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -3(x - 1)^2 + 4 \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.

10. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

⑤ $y = x^2 + 4x - 1$

② $y = 3x^2$

④ $y = 2x^2 + 5x - 8$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.
따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

11. $y = 3x^2 + 6ax + 4$ 의 그래프에서 $x < 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하고, $x > 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 이때, 상수 a 의 값은?

① 0 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 + 6ax + 4 \\ &= 3(x^2 + 2ax) + 4 \\ &= 3(x + a)^2 + 4 - 3a^2 \end{aligned}$$

따라서 축의 방정식이 $x = 1$ 이므로 $a = -1$ 이다.

12. 다음 보기에서 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 반지름의 길이가 x 인 원의 넓이는 y
- ㉡ 양초의 길이가 24cm 이고 불을 붙이면 20 분에 8cm 씩 짧아질 때, 양초가 탄 시간을 x , 양초의 길이는 y
- ㉢ 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이는 y
- ㉤ 밑변의 길이가 x , 높이는 밑변의 길이의 2 배인 삼각형의 넓이는 y

- ① ㉠, ㉤ ② ㉠, ㉡, ㉤ ③ ㉠, ㉢, ㉤
- ④ ㉡, ㉢, ㉤ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

㉠ $y = \pi x^2$

㉡ $y = 24 - \frac{2}{5}x$

㉢ $y = x^2$

㉤ $y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$

따라서 이차함수인 것은 ㉠, ㉢, ㉤이다.

13. 함수 $f: R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = x^2 - x - 2$ 이다. $f(a) = 4$ 일 때, 양수 a 의 값은?(단, R 은 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(a) = 4$ 이므로

$a^2 - a - 2 = 4, \quad a^2 - a - 6 = 0, \quad (a - 3)(a + 2) = 0$

$\therefore a = 3$ 또는 $a = -2$

한편, $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

14. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점이 $(0, 0)$ 인 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 축의 방정식은 $y = 0$ 이다.
- ④ x 가 증가함에 따라 $x < 0$ 일 때, y 는 감소하고, $x > 0$ 일 때, y 는 증가한다.
- ⑤ 점 $(-3, 9)$ 를 지난다.

해설

③ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

15. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (단, $a < 0$)(정답 2개)
- ① x 축에 대하여 대칭이다
 - ② 곡선 모양이 아래로 볼록하다.
 - ③ y 의 값의 범위가 $y \leq 0$ 이다.
 - ④ a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
 - ⑤ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

해설

- ① y 축에 대해 대칭이다.
- ② $a < 0$ 이므로 위로 볼록하다.
- ③ 위로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \leq 0$
- ④ $y = ax^2$ 의 그래프는 $|a|$ 이 클수록 폭이 좁고, 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
- ⑤ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

16. $y = 5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼, 평행이동한 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a - b + c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$$\begin{aligned}y &= 5(x-2)^2 + 3 \\&= 5(x^2 - 4x + 4) + 3 \\&= 5x^2 - 20x + 23 \\\therefore a &= 5, b = -20, c = 23 \\\therefore a - b + c &= 5 - (-20) + 23 = 48\end{aligned}$$

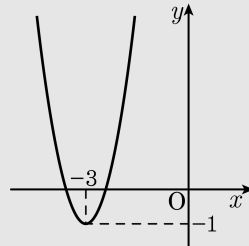
17. 이차함수 $y = 3(x+3)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -3$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -3$



18. 이차함수 $y = 2(x + 1)^2 - 3$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(4, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$y = 2(-x + 1)^2 - 3$$

$$y = 2(x - 1)^2 - 3$$

점 $(4, k)$ 를 대입하면

$$2(4 - 1)^2 - 3 = k$$

$$\therefore k = 15$$

19. $y = -x^2$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 다음 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 방정식은?

① $y = -x^2 + 4x - 4$

② $y = x^2 - 4x + 4$

③ $y = -x^2 - 4x - 4$

④ $y = -x^2 - 4x + 4$

⑤ $y = x^2 + 4x - 4$

해설

x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 $y = -(x-2)^2$

y 축에 대하여 대칭이동시키면 $y = -(-x-2)^2$
 $= -(x^2 + 4x + 4)$
 $= -x^2 - 4x - 4$

20. 이차함수 $y = 3(x - 4)^2 - 5$ 의 그래프를 y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 x 축에 대하여 대칭 이동한 그래프의 식을 구하면?

① $y = 3(x - 4)^2 - 2$

② $y = -3(x - 4)^2 - 5$

③ $y = 3(x - 1)^2 - 5$

④ $y = -3(x - 1)^2 - 2$

⑤ $y = -3(x - 4)^2 + 2$

해설

y 축 방향으로 3 만큼 평행이동하면

$$y = 3(x - 4)^2 - 5 + 3 = 3(x - 4)^2 - 2$$

x 축에 대하여 대칭이동하면

$$-y = 3(x - 4)^2 - 2$$

$$y = -3(x - 4)^2 + 2$$

21. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나는 것은?

① $y = x^2 + 1$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = x^2 - 3x - 2$

④ $y = 2x^2 + 4x + 4$

⑤ $y = 3x^2 + 7x - 1$

해설

한 점에서 만나려면 증근을 가지므로 $D = 0$ 일 때이다.

22. $y = k(k + 3)x^2 + 2x^2 - 2x + k$ 에서 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 3
- ☐ -1
- ☐ -2
- ☐ -3

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k + 3) + 2 \neq 0$, $k(k + 3) \neq -2$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq -2$ 이다.

23.

모든 실수 x 에 대하여 등식

$$5x^{50}-3x^2-4x+10$$

$$=a_0+a_1(x-2)+a_2(x-2)^2+a_3(x-2)^3+\cdots+a_{50}(x-2)^{50}$$

이 성립 할 때, $a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots-a_{49}+a_{50}$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 8



24.

다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-3)(x-4)$ 으로 나눈 나머지는 x^2+2x+3 이다. 다항식 $f(12x)$ 를 $12x^2-7x+1$ 로 나누었을 때의 나머지를 $mx+n$ 이라 할 때, $m-n$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 117



25. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은
것은?

- ① $-\frac{3}{4}$ ② -1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

해설

$$|a| > |-\frac{1}{2}|$$

$$|a| < |2|$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

26. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2 + m$ 에 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 대입하면

$$-5 = -\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2 + m$$

$$\therefore m = -3$$

27. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

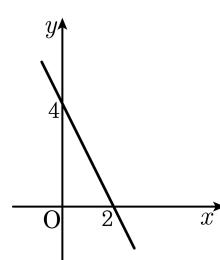
평행이동한 그래프의 식을
 $y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.
 $y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지나므로
 $0 = -8 - 2b + c$, $-16 = c$
 $0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$
 $y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x + 3)^2 + 2$
 $y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x + 3)^2 + 21$
꼭짓점의 좌표가 $(-3, 21)$ 에서 $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0$, $q = -19$ 이다.
 $\therefore p + q = 0 - 19 = -19$

28. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(-2, 7)$ ② $(-2, -7)$

③ $(7, 2)$ ④ $(-7, 2)$

⑤ $(2, 7)$



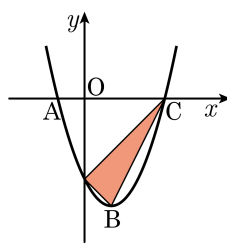
해설

$a = -2, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3 \\ &= -x^2 + 4x + 3 \\ &= -(x-2)^2 + 7 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

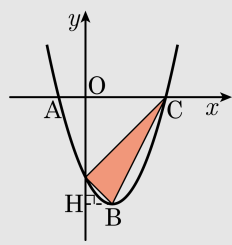
29. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 B, x 축과 만나는 한 점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



i) $A(0, -3)$

ii) $y = x^2 - 2x - 3$
 $= (x^2 - 2x + 1) - 1 - 3$
 $= (x - 1)^2 - 4$

$\therefore B(1, -4)$

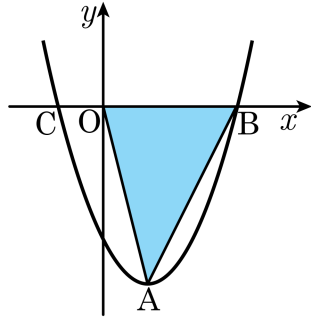
iii) $0 = x^2 - 2x - 3$
 $= (x - 3)(x + 1)$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$

양수인 x 절편이므로 $C(3, 0)$ 이다.

iv) $\triangle ABC$
 $= \square OHBC - \triangle OAC - \triangle AHB$
 $= \frac{1}{2} \times (3 + 1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1$
 $= 8 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 3$

30. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?



- ① 16 ② 8 ③ 12 ④ 6 ⑤ 10

해설

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

A 의 좌표는 (1, -4) 이다.

x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로

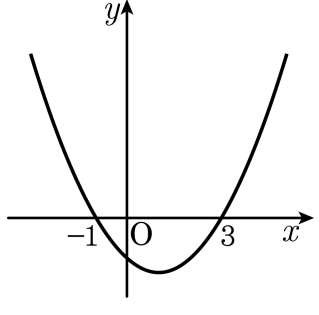
$$0 = (x - 1)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.

B 의 좌표는 (3, 0) 이다.

$$\therefore (\triangle ABO \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

31. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

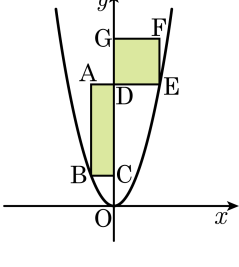
- ㉠ $b^2 - 4ac > 0$
- ㉡ $abc < 0$
- ㉢ $a - b + c < 0$
- ㉣ $9a + 3b + c > 0$
- ㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
 $\therefore b < 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$
㉠ x 축과의 교점이 2개이므로 $b^2 - 4ac > 0$
㉡ $abc > 0$
㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$
㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$
㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
 $a + b + c < 4a + 2b + c$

32. 다음 그림에서 포물선은 $y = 2x^2$ 이고, 직사각형 ABCD의 넓이와 정사각형 DEFG의 넓이는 같다. $\overline{DE} = 2\overline{AD}$ 일 때, 점 E의 x 좌표값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

점 E의 x 좌표값을 p 라 하면 $\overline{DE} = 2\overline{AD} = p$ 이다.

$\square ABCD = \square DEFG$ 에서 $\overline{AD} \times \overline{CD} = \overline{DE}^2$,

$$\frac{1}{2}\overline{DE} \times \overline{CD} = \overline{DE}^2$$

$$\therefore \overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{CD}, \overline{CD} = 2p \dots \textcircled{A}$$

또, $\overline{BC} = \overline{AD} = \frac{p}{2}$ 이므로 점 $B\left(-\frac{p}{2}, \frac{p^2}{2}\right)$, $\overline{OC} = \frac{p^2}{2}$,

$\overline{DE} = p$ 에서 점 $E(p, 2p^2)$, $\overline{OD} = 2p^2$

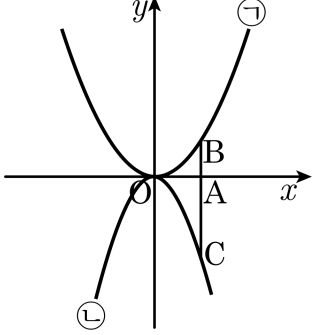
$$\therefore \overline{CD} = \overline{OD} - \overline{OC} = 2p^2 - \frac{p^2}{2} = \frac{3}{2}p^2 \dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } \frac{3}{2}p^2 = 2p, p(3p - 4) = 0$$

$$\therefore p = \frac{4}{3} (\because p > 0)$$

따라서 점 E의 x 좌표값은 $\frac{4}{3}$ 이다.

33. 그림과 같이 2 개의 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$, $y = -x^2 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$ 이 있다.
 점 $A(a, 0)$ 을 지나며, x 축에 수직인 직선이 포물선 $\textcircled{\text{㉠}}$ 과 만나는 점을 B , 포물선 $\textcircled{\text{㉡}}$ 과 만나는 점을 C 라 한다. $\overline{BC} = \frac{4}{3}$ 일 때, a 의 값을 구하면?



- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$
 ② $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
 ③ $\sqrt{2}$
 ④ $2\sqrt{2}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

$$B\left(a, \frac{1}{2}a^2\right), C(a, -a^2)$$

$$\overline{BC} = \frac{1}{2}a^2 - (-a^2) = \frac{3}{2}a^2 = \frac{4}{3}$$

$$\therefore a = \frac{2\sqrt{2}}{3} (\because a > 0)$$

34. 이차함수 $y = (x - 5)^2$, $y = (x + 3)^2$ 의 그래프의 교점에서 x 축으로
평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점을 각각 A, B 라
하자. 두 개의 이차함수의 꼭짓점의 좌표를 P, Q 라 할 때, $\frac{AB}{PQ}$ 의
값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 이차함수의 그래프의 교점에서 x 축으로 평행한 선분을 그
었을 때, 두 그래프와 만나는 교점 사이의 거리는 두 그래프의
꼭짓점 사이의 거리의 2 배와 같다.

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = 2$$

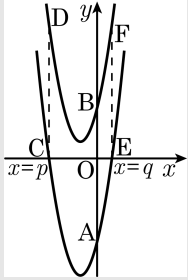
35. 두 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 3$, $y = 2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 각각 A, B, 직선 $x = p$ 와 만나는 점을 각각 C, D, 직선 $x = q$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} + \frac{\overline{EF}}{\overline{AB}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 2x^2 + 4x + 3$ 은 $y = 2(x + 1)^2 + 1$
 $y = 2x^2 + 4x - 5$ 는 $y = 2(x + 1)^2 - 7$ 이므로
 $y = 2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프는 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -8 만큼 평행이동한 것이므로



$$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{EF}$$

$$\therefore \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} + \frac{\overline{EF}}{\overline{AB}} = 2$$