

1. 다음 보기의 대응 중에서 함수인 것을 모두 고른 것은 무엇인가?

보기

- ㉠ 원의 반지름의 길이와 그 넓이의 대응
- ㉡ 이차방정식과 그 방정식의 실근의 대응
- ㉢ 선분과 그 길이의 대응
- ㉤ 함수와 그 함수의 정의역의 대응
- ㉥ 실수와 그 실수를 포함하는 집합의 대응

- ① ㉠,㉡,㉢

② ㉠,㉡,㉤

③ ㉠,㉢,㉤

④ ㉡,㉢

⑤ ㉤,㉥

해설

㉠ 모든 원의 반지름의 길이 r 는 오직 하나의 넓이 πr^2 에 대응되므로 함수가 될 수 있다.
㉡ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $b^2 - 4ac < 0$ 이면 대응을 갖지 못하고(허근), $b^2 - 4ac > 0$ 이면 두 개의 대응을 가지므로 (서로 다른 두 실근) 함수가 될 수 없다.
㉢ 모든 선분은 오직 하나의 길이에 대응되므로 함수가 될 수 있다.
㉤ 모든 함수는 반드시 정의역을 갖고 그 정의역은 유일하므로 함수가 될 수 있다.
㉥ 특정한 실수 a 를 포함하는 집합은 $\{a\}$, $\{a, b\}$, $\{a, b, c\}$, $\dots$ 등 무수히 많다. 즉, 실수 a 에 a 를 포함하는 무수히 많은 집합들이 대응되므로 함수가 될 수 없다. 따라서 함수인 것은 ㉠, ㉢, ㉤이다.

2. 분수식 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+1)}$

② $\frac{1}{x(x+2)}$

③ $\frac{1}{x(x+1)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+2)}$

해설

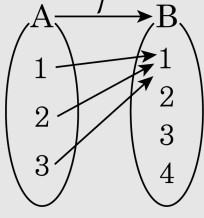
$$\begin{aligned}\frac{1}{x(x+1)} &= \frac{1}{(x+1)-x} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \\ \frac{1}{(x+1)(x+2)} &= \frac{1}{(x+2)-(x+1)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \\ \therefore (\text{준식}) &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{2}{x(x+2)}\end{aligned}$$

3. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 와 $B = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 A 에서 B 로의 함수의 개수를 a , 일대일 함수의 개수를 b , 상수함수의 개수를 c 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 64
- ② 32
- ③ 128
- ④ 92
- ⑤ 48

해설

- (1) 함수의 개수 : 1, 2, 3, 4 를 중복 가능하게 3 번 선택하여 늘어놓는 경우와 같으므로
∴ $a = 4 \times 4 \times 4 = 64$
- (2) 일대일 함수의 개수 : 1, 2, 3, 4 를 중복 없이 3 번 선택하여 늘어놓는 경우이므로
∴ $b = 4 \times 3 \times 2 = 24$
- (3) 상수함수의 개수 : 그림과 같이 1, 2, 3, 4 중 한 원소에만 대응되는 경우이므로
∴ $c = 4$



∴ $a + b + c = 92$

4. 세 함수 $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = x^2 - 1$, $h(x) = -x + 2$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ h))(1)$, $((f \circ g) \circ h)(1)$ 의 값을 각각 a , b 라고 할 때, $2a - b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 6

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} a &= (f \circ (g \circ h))(1) = f((g \circ h)(1)) \\ &= f((g(h(1)))) \\ &= f((g(1))) = f(0) = 3 \\ b &= ((f \circ g) \circ h)(1) = (f \circ g)(h(1)) \\ &= f(g(h(1))) = 3 \\ \therefore 2a - b &= 2 \cdot 3 - 3 = 3 \end{aligned}$$

5. $X = \{x \mid x \geq k\}$ 를 정의역으로 하는 함수 $f(x) = |x^2 - 1|$ 의 역함수가 존재할 때, 실수 k 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 - 1 \geq 0$ 이면 $x \leq -1$, $x \geq 1$, $x^2 - 1 < 0$

이면 $-1 < x < 1$

따 라 서, $f(x) = |x^2 - 1| =$

$$\begin{cases} x^2 - 1 (x \leq -1, x \geq 1) \\ 1 - x^2 (-1 < x < 1) \end{cases}$$

$y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같으므로

함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되는 정의역은

$\{x \mid x \geq 1\}$ 또는 $\{x \mid x \leq -1\}$

또는 $\{x \mid -1 \leq x \leq 0\}$ 또는 $\{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$

즉, $X = \{x \mid x \geq k\}$ 를 정의역으로 하려면 k 의 최솟값은 1이다.

