

1. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 가 $(x-1)(x+2)$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하십시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$$

$$\therefore 2a + b = -5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = -2, b = -1$$

2. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx - 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 로 놓으면
 $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 1, x - 2$ 로 나누어 떨어진다.
 $f(1) = 1 + a + b - 1 = 0$ 즉, $a + b = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $f(2) = 8 + 4a + 2b - 1 = 0$ 즉, $4a + 2b = -7 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 으로부터 $a = -\frac{7}{2}, b = \frac{7}{2}$
 $\therefore a + b = 0$

3. 등식 $ax^2 - 5x + c = 2x^2 + bx - 1$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

양변의 계수를 비교하면 $a = 2, b = -5, c = -1$

$\therefore abc = 10$

4. $ax^2 - (2a + c)x - 1 = (b - 2)x^2 - c$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

양변의 계수를 비교하면

$$a = b - 2 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$2a + c = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$1 = c \quad \cdots \textcircled{3}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

5. k 의 값에 관계없이 $(3k^2 + 2k)x - (k + 1)y - (k^2 - 1)z$ 의 값이 항상 1일 때, $x + y + z$ 의 값은?

① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 8

해설

주어진 식을 k 에 대하여 정리하면

$$k^2(3x - z) + k(2x - y) - (y - z) = 1$$

위 식이 k 의 값에 관계없이 성립하므로 k 에 대한 항등식이다.

$$\begin{cases} 3x - z = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2x - y = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ z - y = 1 & \sim \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$x = 1, y = 2, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 6$$

6. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$
이것은 k 에 대한 항등식이므로
 $2x + 3y + 5 = 0$
 $3x - y - 9 = 0$
연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$
 $\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$

7. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $(a, b, c) = ab + bc$ 로 정의한다. 이때, 등식 $(x, a, y) - (2x, b, y) = (x, 2, y)$ 이 임의의 실수 x, y 에 대하여 성립하도록 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = 1, b = 2$
- ② $a = 2, b = 2$
- ③ $a = 2, b = 0$
- ④ $a = 0, b = 2$
- ⑤ $a = 0, b = 0$

해설

기호의 정의에 따라서 주어진 식을 다시 쓰면
 $(ax + ay) - (2bx + by) = 2x + 2y$
이 식을 x, y 에 대하여 정리하면
 $(a - 2b - 2)x + (a - b - 2)y = 0$
이 등식이 임의의 x, y 에 대하여 성립하므로
 $a - 2b - 2 = 0, a - b - 2 = 0$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = 2, b = 0$

8. 임의의 실수 x, y 에 대하여, $(x+y)a^2 + (x-y)b = 4x+y$ 가 성립할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① $\frac{13}{4}$

② $\frac{15}{4}$

③ $\frac{17}{4}$

④ $\frac{19}{4}$

⑤ $\frac{21}{4}$

해설

$$(a^2 + b)x + (a^2 - b)y = 4x + y$$

$$a^2 + b = 4 \cdots \textcircled{1}, a^2 - b = 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a^2 = \frac{5}{2}, b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{19}{4}$$

9. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-3$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $a+b+c+d+k$ 의 값을 구하면?

k	1	a	-1	b
		c	d	33
	1	4	11	<u>37</u>

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-3$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

3	1	a	-1	b
		3	$3a+9$	$9a+24$
	1	$a+3$	$3a+8$	<u>$9a+b+24$</u>

이때 $k=3$, $c=3$, $a+3=4$, $3a+9=d$, $9a+b+24=37$ 이므로

$k=3$, $c=3$, $a=1$, $d=12$, $b=4$

따라서 $a+b+c+d+k=1+4+3+12+3=23$

10. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-2$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

k	1	a	-1	b
		c	d	18
	1	5	9	20

- ① $a=3$
- ② $b=2$
- ③ $c=2$
- ④ $d=10$
- ⑤ $k=-2$

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

2	1	a	-1	b
		2	$2a+4$	$4a+6$
	1	$a+2$	$2a+3$	$4a+b+6$

이때 $k=2, c=2, a+2=5, 2a+4=d, 4a+b+6=20$ 이므로 $k=2, c=2, a=3, d=10, b=2$ 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

11. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

12. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+2$ 로 나누었을 때, 나머지가 각각 5, 3이라 한다. 이 때, 다항식 $f(x)$ 를 x^2-4 로 나눈 나머지를 구하면 $ax+b$ 이다. $4a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$f(2) = 5, f(-2) = 3$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 2)(x + 2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$f(2) = 2a + b = 5, f(-2) = -2a + b = 3$$

$$a = \frac{1}{2}, b = 4$$

13. 1000^{10} 을 1001로 나눌 때 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, R 라 할 때, 다음 중 나머지 R 를 구하기 위한 가장 적절한 식은?

① $x^{10} = xQ(x) + R$

② $x^{10} = (x - 1)Q(x) + R$

③ $x^{10} = (x + 1)Q(x) + R$

④ $x^{10} = (x - 1)^{10}Q(x) + R$

⑤ $x^{10} = (x + 1)Q(x) + R + 1$

해설

$1000^{10} = 1001 \cdot Q(x) + R$ 에서 $1000 = x$ 라 하면

$$x^{10} = (x + 1)Q(x) + R$$

$x = -1$ 을 대입하면 $R = 1$ 을 구할 수 있다.

14. x^{30} 을 $x-3$ 으로 나눌 때 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 하면 $Q(x)$ 의 계수의 총합(상수항 포함)과 R 과의 차는?

- ① $\frac{1}{2}(3^{29} + 1)$ ② $\frac{1}{2} \cdot 3^{30}$ ③ $\frac{1}{2}(3^{30} - 1)$
④ $\frac{1}{2}(3^{30} + 1)$ ⑤ $\frac{1}{2}(3^{29} - 1)$

해설

$$x^{30} = (x-3)Q(x) + R$$

$$x=3 \text{을 대입하면 } 3^{30} = R$$

$Q(x)$ 의 계수의 총합은 $Q(1)$ 과 같으므로

$$x=1 \text{을 대입하면 } 1 = -2Q(1) + 3^{30}$$

$$\therefore Q(1) = \frac{3^{30} - 1}{2}$$

$$\therefore R - Q(1) = 3^{30} - \frac{3^{30} - 1}{2} = \frac{3^{30} + 1}{2} = \frac{1}{2}(3^{30} + 1)$$

15. 다항식 $2x^{30} + 2x^{28} - x$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$2x^{30} + 2x^{28} - x = (x + 1)Q(x) + R$$

양변에 $x = -1$ 을 대입 하면,

$$2 + 2 + 1 = R \therefore R = 5$$

양변에 $x = 1$ 을 대입 하면,

$$2 + 2 - 1 = 2Q(1) + 5$$

$$\therefore Q(1) = -1$$

16. 다항식 $f(x)$ 를 $2x - 1$ 로 나누면 나머지는 -4 이고, 그 몫을 $x + 2$ 로 나누면 나머지는 2 이다. 이때, $f(x)$ 를 $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{ 라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$