1. $\frac{x}{3}=\frac{y}{2}\neq 0$ 일 때, $\frac{x+y}{x-y}$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{x}{3}=\frac{y}{2}\neq 0$

$\therefore\ x=\frac{3}{2}y$

$\therefore\ \frac{x+y}{x-y}=\frac{\frac{3}{2}y+y}{\frac{3}{2}y-y}=5$

2. $\frac{x}{3}=\frac{y}{2}\neq 0$ 일 때, $\frac{x-y}{x+y}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$\frac{x}{3}=\frac{y}{2}=k(k\neq 0)$ 라고 가정하면

$x=3k,\ y=2k$

$\therefore\ \frac{x-y}{x+y}=\frac{3k-2k}{3k+2k}=\frac{1}{5}$

3. ${}_9P_r = \dfrac{9!}{3!}$ 일 때, r의 값은?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

해설

${}_9P_6 = \dfrac{9!}{3!}$ 이므로 $r = 6$

4. 두 집합 A, B 에 대하여 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $(A \cap B) \subset B$	㉡ $A \cap \varnothing = A$
㉢ $(A \cup B) \subset B$	㉣ $B \cup \varnothing = B$

① ㉠,㉣ ② ㉡,㉢ ③ ㉢,㉣
④ ㉠,㉢,㉣ ⑤ ㉠,㉡,㉢

해설

㉡ $A \cap \varnothing = \varnothing$
㉢ $B \subset (A \cup B)$

5. 두 함수 $f(x) = -3x+k$, $g(x) = 2x+4$에 대하여, $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$가 성립하도록 하는 k의 값은 얼마인가?

① -16 ② -14 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$f(x) = -3x + k$, $g(x) = 2x + 4$에서

$(f \circ g)(x) = f(2x+4) = -3(2x+4) + k$

$= -6x - 12 + k \cdots$㉠

$(g \circ f)(x) = g(-3x+k) = 2(-3x+k) + 4$

$= -6x + 2k + 4 \cdots$㉡

㉠과 ㉡이 같아야 하므로

$-6x - 12 + k = -6x + 2k + 4$

$\therefore k = -16$

6. 함수 $y=\dfrac{x+a}{bx+c}$ 의 그래프를 x축 방향으로 3, y축 방향으로 1만큼 평행이동시켰더니 $y=\dfrac{1}{x}$ 의 그래프와 일치하였다. 이 때, abc의 값을 구하면?

① 8 ② 6 ③ 1 ④ -6 ⑤ -8

해설

$y=\dfrac{x+a}{(bx+c)}$ 의 그래프를 x축 방향으로 3,

y축 방향으로 1만큼 평행이동시킨 것은 반대로

$y=\dfrac{1}{x}$을 x축의 방향으로 -3만큼,

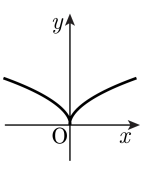
y축의 방향으로 -1만큼 이동시킨것과 같다.

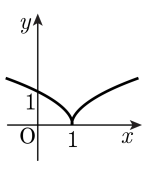
$y=\dfrac{1}{x+3}-1=\dfrac{-x-2}{x+3}=\dfrac{x+2}{-x-3}$

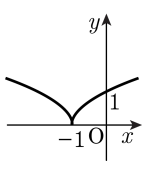
따라서 $a=2, b=-1, c=-3$이므로

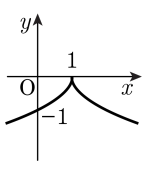
$\therefore abc=6$

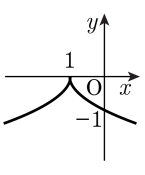
7. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$의 그래프를 구하면?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$x \geq -1$이면 $y = \sqrt{x+1}$
$x < -1$이면 $y = \sqrt{-x-1}$이므로
3번이 정답임.

8. 집합 $A = \{1, 2, x^2 + 10x\}$, $B = \{1, x + 11, x^2 - 10\}$에 대하여 $A \cap B = \{1, -9\}$일 때, $A \cup B$를 구하면?

① $\{-9, 1, 2, 8\}$ ② $\{-9, 1, 2, 9\}$ ③ $\{1, 2, 9\}$

④ $\{-9, 1, 2, 10\}$ ⑤ $\{1, 2, 10\}$

해설

$x^2 + 10x = -9,\ (x+1)(x+9) = 0$

$x = -1 or -9$ 에서 $x = -9$ 는

$B = \{1, 2, 71\}$ 가 되어 조건에 어긋난다.

$\therefore x = -1,\ A = \{-9, 1, 2\},\ B = \{-9, 1, 10\}$

$\therefore A \cup B = \{-9, 1, 2, 10\}$

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40$, $n(A) = 22$, $n(B) = 18$, $n(A - B) = 6$ 일 때, $n((A \cup B)^c)$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

$n((A \cup B)^c) = 16$

10. 함수 $f(x)$가 임의의 실수 x, y에 대하여 $f(x)f(y)=f(x+y)+f(x-y)$이고 $f(1)=1$을 만족시킬 때, $f(0)$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

임의의 실수 x, y에 대하여
$f(x)f(y)=f(x+y)+f(x-y)$가 성립하므로,
$x=1$, $y=0$을 대입하면
$f(1)f(0)=f(1)+f(1)$
$\therefore\ f(0)=f(1)+f(1)=2$

11. 집합 $X = \{-1,\ 0,\ 1\}$ 에 대하여 다음 보기의 X 에서 X 로의 함수 중 항등함수인 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $f(x) = x$ ㉡ $g(x) = x^3$

㉢ $h(x) = x^2 + 2$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉠, ㉢

해설

㉠ $f(-1) = -1,\ \ f(0) = 0,\ f(1) = 1$ 이므로
$f(x)$ 는 항등함수이다.

㉡ $g(-1) = -1,\ \ g(0) = 0,\ g(1) = 1$ 이므로
$g(x)$ 는 항등함수이다.

㉢ $h(-1) = 3,\ \ h(0) = 2,\ h(1) = 3$ 이므로
$h(x)$ 는 항등함수가 아니다.

12. 두 함수 $f(x)=x+3$, $g(x)=2x-1$ 에 대하여 $(f\circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f\circ g)(x)=2x+5$ ② $(f\circ g)(x)=2x+2$

③ $(f\circ g)(x)=x$ ④ $(f\circ g)(x)=-x+1$

⑤ $(f\circ g)(x)=3x-4$

해설

$(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(2x-1)=(2x-1)+3=2x+2$

13. $f\left(\frac{2x}{-x+2}\right) = x^2 - 3x$ 일 때, $f(2)$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$f\left(\frac{2x}{-x+2}\right) = x^2 - 3x$ 일 때

$\frac{2x}{-x+2} = 2$ 에서 $2x = 2(-x+2)$, $2x = -2x+4$

$\therefore\ x = 1$

이것을 주어진 식에 대입하면

$f\left(\frac{2}{-1+2}\right) = 1 - 3$

$\therefore\ f(2) = -2$

14. 정의역이 실수 전체의 집합인 함수 $f(x)$가 $f\left(\frac{x+4}{2}\right)=3x+2$를 만족시킨다. 이때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$f\left(\frac{x+4}{2}\right)=3x+2$ 에서

$\frac{x+4}{2}=2$ 이면 $x=0$ 이므로

$f(2)=3\cdot 0+2=2$

15. 두 함수 $f(x)=2x+3$, $g(x)=-4x-5$ 일 때, $(h\circ f)(x)=g(x)$ 를 만족시키는 일차함수 $h(x)$ 에 대하여 $(h\circ g)(-2)$ 의 값은 얼마인가?

① 5 ② 3 ③ 1 ④ −3 ⑤ −5

해설

$h(x)=ax+b$ 로 놓으면
$(h\circ f)(x)=h(f(x))=h(2x+3)$
$=a(2x+3)+b=2ax+3a+b$
그런데, $(h\circ f)(x)=g(x)$ 이므로
$2ax+3a+b=-4x-5$,
$2a=-4,\ 3a+b=-5$
즉, $a=-2, b=1$ 이므로 $h(x)=-2x+1$
$(h\circ g)(-2)=h(g(-2))=h(3)=-5$

해설

$(h\circ f)(x)=g(x)$ 에서
$h(f(x))=g(x)$ 이고 $f(x)=2x+3$ 이므로
$h(2x+3)=g(x)$
또한, $(h\circ g)(-2)=h(g(-2))=h(3)$
$h(3)=g(0)=-5$

16. 두 함수 f, g 가 $f(2)=3$, $g^{-1}(1)=4$ 일 때, $f^{-1}(3)+g(4)$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

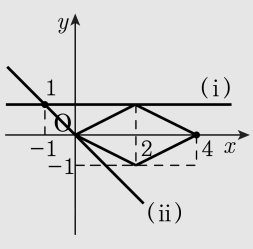
$f(2)=3$ 에서 $f^{-1}(3)=2$ 이고
$g^{-1}(1)=4$ 에서 $g(4)=1$ 이므로
$\therefore\ f^{-1}(3)+g(4)=2+1=3$

17. $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프와 직선 $y=mx+m+1$ 이 만나도록 하는 m 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

함수 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는
$|x|+2|y|=2$ 의 그래프를
x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이다.
이때, $|x|+2|y|=2$ 의 그래프는
$x+2y=2$ 의 그래프에서
$x\geq 0$, $y\geq 0$ 인 부분을
각각 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한 것이고, 이를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



직선 $y=mx+m+1$ 은 m 의 값에 관계없이 점 $(-1,\ 1)$ 을 지나므로 두 그래프가 만나려면
(i) $m\leq 0$
(ii) $y=mx+m+1$ 이 원점을 지날 때
$0=m+1$ 에서 $m=-1$ 이므로 $m\geq -1$
(i), (ii) 에서 m 의 값의 범위는 $-1\leq m\leq 0$
따라서 m 의 최댓값과 최솟값의 합은 -1 이다.

18. $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}=1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x}}}$ 을 만족하는 x 에 대하여 $[x]$ 의 값을 구하면?($[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대정수)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$1+\frac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x}}}=1+\frac{1}{1+\dfrac{x}{x+1}}=1+\frac{1}{\dfrac{2x+1}{x+1}}$$

$$=\frac{x+1}{2x+1}+1=\frac{x+1+2x+1}{2x+1}$$

$$=\frac{3x+2}{2x+1}$$

$$\frac{3x+2}{2x+1}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$(2\sqrt{5}+2-6)x=(3-\sqrt{5})$$

$$x=\frac{3-\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-4}=\frac{(3-\sqrt{5})(2\sqrt{5}+4)}{(2\sqrt{5}-4)(2\sqrt{5}+4)}$$

$$=\frac{2(\sqrt{5}+1)}{4}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$2<\sqrt{5}<3\ ,\ 3<\sqrt{5}+1<4$$

$$\frac{3}{2}<\frac{\sqrt{5}+1}{2}<2$$

$$[x]=\left[\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right]=1$$

19. $\sqrt{12-6\sqrt{3}}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라 할 때, $a+\dfrac{1}{b}$의 값은?

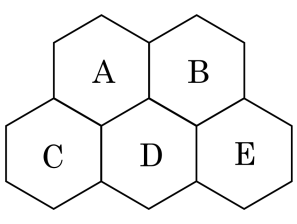
① $1+\sqrt{3}$ ② $2+\sqrt{3}$ ③ $2+2\sqrt{3}$

④ $3+\sqrt{3}$ ⑤ $3+2\sqrt{3}$

해설

$$\sqrt{12-6\sqrt{3}}=\sqrt{12-2\sqrt{9\times3}}$$
$$=3-\sqrt{3}=1.\times\cdots$$
$$a=1,\ b=2-\sqrt{3}$$
$$a+\frac{1}{b}=1+\frac{1}{2-\sqrt{3}}$$
$$=1+2+\sqrt{3}=3+\sqrt{3}$$

20. 다음 그림의 A, B, C, D, E 에 다섯 가지의 색을 칠하여 그 경계를 구분하는 방법의 수는? (단, 같은 색을 여러 번 사용할 수 있다.)



① 530 ② 540 ③ 550 ④ 560 ⑤ 570

해설

주어진 그림에서 D 는 A, B, C, E 와 모두 접하므로 D 에 칠한 색은 다른 곳에 칠하면 안 된다.
따라서 $D \to C \to A \to B \to E$ 의 순서로 색을 칠한다고 하면 D 는 5 가지, C 는 4 가지, A 는 3 가지, B 는 3 가지, E 는 3 가지의 색을 칠할 수 있으므로 구하는 방법의 수는
$5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$ (가지)

21. 집합 $A = \{x \mid x$는 13보다 작은 홀수$\}$ 의 1, 3 을 반드시 포함하고 9 는 포함하지 않는 부분집합 중 원소의 개수가 4 개인 것은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$에서 원소 1, 3, 9 를 제외한 $\{5, 7, 11\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 개인 것은 $\{5, 7\}, \{7, 11\}, \{5, 11\}$ 의 3 개이므로, 1, 3 을 반드시 포함하고 9 는 포함하지 않는 A 의 부분집합은 $\{1, 3, 5, 7\}$, $\{1, 3, 7, 11\}$, $\{1, 3, 5, 11\}$ 이다.

22. $f\left(\frac{2x-1}{3}\right) = 4-2x$ 일 때, $(f \circ f)(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\frac{2x-1}{3} = t$ 로 놓으면

$2x-1 = 3t$ 이므로 $x = \frac{3t+1}{2}$

$f(t) = 4-2\cdot\frac{3t+1}{2} = -3t+3$

$\therefore (f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(-3) = 12$

23. A 지역에는 세 곳, B 지역에는 네 곳, C 지역에는 다섯 곳, D 지역에는 여섯 곳의 관광지가 있다. 이 중에서 세 곳을 선택하여 관광하려고 할 때, 선택한 세 곳이 모두 같은 지역이 되는 경우의 수는?

① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

(i) 선택한 세 곳이 모두 A 지역일 경우 : 1 (가지)
(ii) 선택한 세 곳이 모두 B 지역일 경우 :
이는 B 지역의 네 곳 중 세 곳을 선택한 경우와 같다.
${}_4C_3 = 4$ (가지)
(iii) 선택한 세 곳이 모두 C 지역일 경우 :
위와 같은 방법으로 ${}_5C_3 = 10$ (가지)
(iv) 선택한 세 곳이 모두 D 지역일 경우 :
위와 같은 방법으로 ${}_6C_3 = 20$ (가지)
따라서, (i), (ii), (iii), (iv) 에 의하여
$1 + 4 + 10 + 20 = 35$ (가지)

24. 학생 수가 50 명인 학급에서 생일을 조사하였을 때, 다음 중 항상 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ 5 명 이상의 생일이 있는 달이 있다.
㉡ 모든 달에 생일이 있다.
㉢ 8 명 이상의 생일이 있는 요일이 있다.
㉣ 생일이 같은 학생이 존재한다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉢, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

㉠ 50 명의 생일이 12 달에 가장 골고루 퍼져 있을 때, $50 = 12 \times 4 + 2$ 이므로 매달 4 명씩 생일이 있고 나머지 2 명은 어느 달인가에 추가되어야 하므로, 5 명 이상의 생일이 있는 달이 반드시 존재한다.
㉡ 50 명 모두 특정한 달에는 생일이 있지 않을 수도 있으므로 거짓이다.
㉢ ㉠와 마찬가지로 생각해 보면, 50 명의 생일이 일곱 요일에 가장 골고루 퍼져 있을 때는 $50 = 7 \times 7 + 1$ 이므로 어느 요일인가에 8 명의 생일이 있다. 따라서, 참이다.
㉣ 어느 특정한 날에 생일이 같은 학생은 존재할 수도 있고 존재하지 않을 수도 있다.
그러므로 위의 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 중에서 항상 맞는 것은 ㉠와 ㉢이다.

25. 상수 a, b, c, d에 대하여 등식

$$\frac{3}{x(x-2)}+\frac{3}{(x-1)(x-3)}+\frac{3}{(x-2)(x-4)}+\frac{3}{(x-3)(x-5)}+\frac{3}{(x-4)(x-6)}=\frac{d(x^2-6x+3)}{x(x-a)(x-b)(x-c)}$$

이 성립할 때, $a+b+c+d$의 값은?

① 20 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 30

해설

(주어진 식)

$$=-\frac{3}{2}\left\{\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x-2}\right)+\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-3}\right)+\left(\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x-4}\right)+\left(\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x-5}\right)+\left(\frac{1}{x-4}-\frac{1}{x-6}\right)\right\}$$

$$=-\frac{3}{2}\left\{\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-5}-\frac{1}{x-6}\right\}$$

$$=-\frac{3}{2}\left\{\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x-5}\right)+\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-6}\right)\right\}$$

$$=-\frac{3}{2}\left\{\frac{-5}{x(x-5)}+\frac{-5}{(x-1)(x-6)}\right\}$$

$$=\frac{15}{2}\cdot\frac{(x-1)(x-6)+x(x-5)}{x(x-5)(x-1)(x-6)}$$

$$=\frac{15}{2}\cdot\frac{2x^2-12x+6}{x(x-1)(x-5)(x-6)}$$

$$=\frac{15(x^2-6x+3)}{x(x-1)(x-5)(x-6)}$$

$$=\frac{d(x^2-6x+3)}{x(x-a)(x-b)(x-c)}$$

$\therefore\ a+b+c+d=1+5+6+15=27$