

1. 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$(-3) \times \left\{ \frac{1}{4} - \left(\text{} + \frac{2}{3} \right) + 2 \right\} = -\frac{5}{2}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 0.75

해설

$$(-3) \times \left\{ \frac{1}{4} - \left(\text{} + \frac{2}{3} \right) + 2 \right\} = -\frac{5}{2}$$

$$\left\{ \frac{1}{4} - \left(\text{} + \frac{2}{3} \right) + 2 \right\} = \frac{5}{6}$$

$$\text{} + \frac{2}{3} = \frac{9}{4} - \frac{5}{6}$$

$$\text{} + \frac{2}{3} = \frac{17}{12}$$

$$\therefore \text{} = \frac{17}{12} - \frac{8}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

2. 가로 길이 54cm, 세로 길이 $2 \times 3^2 \times 6$ cm, 높이 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는

54, $2 \times 3^2 \times 6$, 90 의 최대공약수이므로

$$54 = 2 \times 3^3$$

$$2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

최대공약수는 $2 \times 3^2 = 18$

$$\therefore a = 18$$

정육면체의 개수는

$$(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 = 90 \text{ (개)}$$

$$\therefore b = 90$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$$

3. 가로 길이 54cm, 세로 길이 $2 \times 3^2 \times 6$ cm, 높이 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는

54, $2 \times 3^2 \times 6$, 90 의 최대공약수이므로

$$54 = 2 \times 3^3$$

$$2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

최대공약수는 $2 \times 3^2 = 18$

$$\therefore a = 18$$

정육면체의 개수는

$$(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 = 90 \text{ (개)}$$

$$\therefore b = 90$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$$

4. $\frac{12}{n}, \frac{56}{n}, \frac{32}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하면?

① 12

② 10

③ 8

④ 7

⑤ 6

해설

n 은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다.

4 의 약수는 1, 2, 4 이다.

따라서 8 이다.

5. 약수의 개수가 24 개 이고, $2^a \times 3^b \times 5^c$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라. (단 a, b, c 는 자연수)

▶ 답: 개

▷ 정답: 9 개

해설

$$\begin{aligned} 24 &= 2 \times 2 \times 6 = 2 \times 4 \times 3 = 4 \times 2 \times 3 = 4 \times 3 \times 2 \\ &= 2 \times 6 \times 2 = 2 \times 3 \times 4 = 3 \times 4 \times 2 = 3 \times 2 \times 4 \\ &= 6 \times 2 \times 2 \end{aligned}$$

이므로 자연수는 9 개이다.

6. 옛날부터 우리나라에는 십간(☰☷)과 십이지(☰☷☷)를 이용하여 매해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2011년은 신묘년이다. 다음 중 신묘년이 아닌 해는?

정	무	기	경	신	임	계	갑
축	인	묘	진	사	오	미	신
정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미	갑신
1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004

을	병	정	무	기	경	신
유	술	해	자	축	인	묘
을유	병술	정해	무자	기축	경인	신묘
2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011

① 1831년

② 1881년

③ 1951년

④ 2071년

⑤ 2131년

해설

십간(☰☷)의 10가지와 십이지(☰☷☷)의 12가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2011년이 신묘년이면 1831년, 1891년, 1951년, 2071년, 2131년도 신묘년이다.

7. $2^3 \times 3^5 \times 5$ 와 $2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 이므로
이 수의 약수 중 제곱이 되는 수를 찾는다.

$1^2, 2^2, 3^2, 3^4, 2^2 \times 3^2, 2^2 \times 3^4$ 모두 6 개이다.

8. $\frac{8}{n}, \frac{24}{n}, \frac{36}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

n 은 8, 24, 36 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
8, 24, 36 의 최대공약수는 4 이다.

4 의 약수는 1, 2, 4 이다.

따라서 8 이다.

9. 504 의 약수의 개수와 $3^x \times 7^2 \times 13^y$ 의 약수의 개수가 같다고 한다.
이때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $x = 3$,
 $y = 1$ 이어야 한다. ($\because x > y$)

$$\therefore x - y = 3 - 1 = 2$$

10. 어떤 세 자연수의 비가 $2:3:4$ 이고 최대공약수가 6 일 때, 세 자연수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 72

해설

$$\begin{array}{r} a) \underline{2 \times a \quad 3 \times a \quad 4 \times a} \\ 2) \underline{2 \quad 3 \quad 4} \\ \quad 1 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

최대공약수는 $a = 6$ 이고,

최소공배수는 $a \times 2^2 \times 3 = 6 \times 2^2 \times 3 = 72$ 이다.

11. 273^{100} 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

① 1

② 3

③ 9

④ 7

⑤ 0

해설

273^{100} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$3^1 = 3,$$

$$3^2 = 9,$$

$$3^3 = 27,$$

$$3^4 = 81,$$

$$3^5 = 243,$$

...

3 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1 의 네 개의 숫자가 반복된다.

273^{100} 의 지수인 100 를 4 로 나누면 25 이므로

273^{100} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1 이다.

12. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4

② 9

③ 16

④ 25

⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5, 280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1, 4이다.

13. n 이 홀수인 자연수일 때,
 $(-1)^{n+1} + 3 \times \{-1^{2 \times n} + 2 \times (-1)^{n+4}\}$ 를 계산하면?

① -8

② -4

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & n \text{ 이 홀수일 때 } n+1, 2 \times n \text{ 은 짝수, } n+4 \text{ 는 홀수이므로} \\ & (-1)^{n+1} + 3 \times \{-1^{2 \times n} + 2 \times (-1)^{n+4}\} \\ &= 1 + 3 \times \{(-1) + 2 \times (-1)\} \\ &= 1 + 3 \times (-1 - 2) \\ &= 1 + (-9) \\ &= -8 \end{aligned}$$

14. $(-2^3) \div A \times \frac{6}{5} = 3$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① $\frac{8}{5}$

② $-\frac{8}{5}$

③ $\frac{16}{5}$

④ $-\frac{16}{5}$

⑤ $\frac{5}{16}$

해설

$$(-2^3) \div A \times \frac{6}{5} = 3$$

$$(-8) \div A = 3 \div \frac{6}{5} = 3 \times \frac{5}{6} = \frac{5}{2}$$

$$A = (-8) \div \frac{5}{2} = (-8) \times \frac{2}{5} = -\frac{16}{5}$$

15. 세 자연수의 비가 $2 : 3 : 5$ 이고, 최소공배수가 240 일 때, 세 자연수의 합은?

① 16

② 24

③ 40

④ 80

⑤ 120

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $3 \times x$, $5 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x \overline{) 2 \times x \quad 3 \times x \quad 5 \times x} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 5} \end{array}$$

$x \times 2 \times 3 \times 5 = 240$ 이므로 $x = 8$

따라서, 세 자연수는 16, 24, 40 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.