

1. $\frac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4}$ 의 값은?

- ① i ② $-i$ ③ $-\frac{i}{2}$ ④ $\frac{1-i}{2}$ ⑤ $\frac{1+i}{2}$

해설

$$\frac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4} = \frac{1+(-i)+(-1)}{1+(-1)+1} = \frac{-i}{1} = -i$$

2. 이차방정식 $x^2 - x + 4 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = 1 \pm \sqrt{3}$ ② $x = 1 \pm \sqrt{15}$ ③ $x = -1 \pm \sqrt{15}i$

④ $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $x = \frac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용한다.

$$x^2 - x + 4 = 0, \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$$

3. 부등식 $|x-1|+|x-2|<3$ 을 풀면?

- ① $-1 < x < 4$ ② $-1 < x < 2$ ③ $0 < x < 1$
④ $0 < x < 2$ ⑤ $0 < x < 3$

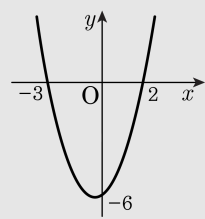
해설

(i) $x < 1$ 일 때
 $-(x-1)-(x-2) < 3, -2x < 0 \therefore x > 0$
그런데 $x < 1$ 이므로 $0 < x < 1$
(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때
 $(x-1)-(x-2) < 3, 0 \cdot x < 2$
 $\therefore$ 모든 x 에 대해 성립
그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 $1 \leq x < 2$
(iii) $x \geq 2$ 일 때
 $(x-1)+(x-2) < 3, 2x < 6 \therefore x < 3$
그런데 $x \geq 2$ 이므로 $2 \leq x < 3$
(i), (ii), (iii)에서 $0 < x < 3$

4. 이차함수의 그래프를 이용하여 이차부등식 $x^2 + x - 6 > 0$ 을 풀면?

- ① $x < -3$ 또는 $x > 2$ ② $x < -2$ 또는 $x > 3$
③ $x < -1$ 또는 $x > 4$ ④ $x < 0$ 또는 $x > 5$
⑤ $x < 1$ 또는 $x > 6$

해설



이차방정식 $x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $(x + 3)(x - 2) = 0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고

이차부등식 $f(x) > 0$ 의 해는 $x < -3$ 또는 $x > 2$

5. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 > 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

부등식 $2x - 4 > 0$ 에서

$$x > 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

부등식 $2x^2 - 3x + 1 > 0$ 에서

$$(2x - 1)(x - 1) > 0$$

$$\therefore x > 1 \quad \text{또는} \quad x < \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

따라서, 구하는 해는 ①과 ②를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$$\therefore x > 2$$

6. 세 직선 $l : y = -2x + 3, m : 4x - 2y + 1 = 0, n : x - 2y + 3 = 0$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것은?

보기

㉠ $l \parallel m$ ㉡ $m \perp n$ ㉢ $l \perp n$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ㉣
④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

$l : y = -2x + 3, m : 4x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + \frac{1}{2}$

$n : x - 2y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ 에서

두 직선 l 과 n 의 기울기의 곱이

$(-2) \times \frac{1}{2} = -1$ 이므로

l 과 n 은 서로 수직이다.

즉, ㉢ 한편, 기울기가 같은 직선은

없으므로 서로 평행한 직선은 없다.

따라서 옳은 것은 ㉢뿐이다

7. 방정식 $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$ 은 어떤 도형을 나타내는가?

- ① 중심이 $(0, 1)$ 이고, 반지름이 1 인 원
- ② 중심이 $(0, 1)$ 이고, 반지름이 2 인 원
- ③ 중심이 $(0, 1)$ 이고 반지름이 4 인 원
- ④ 중심이 $(0, -1)$ 이고 반지름이 2 인 원
- ⑤ 중심이 $(0, -1)$ 이고 반지름이 1 인 원

해설

$x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 4$ 중심은 $(0, 1)$ 이고,
반지름은 2 인 원이다.

8. $x^2 + y^2 = 5$ 에 접하고, 기울기가 -2 이며, 제 1, 2, 4사분면을 지나는 접선의 방정식을 구하면?

① $y = -2x - \sqrt{5}$

② $y = -2x + 5$

③ $y = -2x - 3\sqrt{5}$

④ $y = -2x - 5$

⑤ $y = -2x - 5\sqrt{5}$

해설

기울기가 -2 인 직선의 방정식을 $y = -2x + c$ 라 하고, 직선과 원점간의 거리가 원의 반지름인 $\sqrt{5}$ 와 같으므로

$$\frac{|c|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore c = \pm 5$$

제 1, 2, 4사분면을 지나야 하므로

$$\therefore c = 5 \quad \therefore y = -2x + 5$$

9. $\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i}$ 를 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

- ① $\frac{6}{5}$ ② 2 ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i} &= \frac{(2-i)^2 + (2+i)^2}{(2+i)(2-i)} \\ &= \frac{3+3}{5} = \frac{6}{5}\end{aligned}$$

10. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 2

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 13

해설

$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$$

이 때, a, b 가 실수이므로 $a+2=0, b-1=0$

따라서 $a=-2, b=1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

11. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

12. $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x-y=1 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x=y+1$ 을 ②에 대입하면,

$$(y+1)^2+y^2=5$$

$$y^2+y-2=0$$

$$(y+2)(y-1)=0$$

$$\therefore y=-2 \text{ 또는 } y=1$$

$$y=-2 \text{ 를 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } x=-1$$

$$y=1 \text{ 을 } \textcircled{B} \text{ 에 대입하면 } x=2$$

$$\therefore xy=2$$

13. 두 부등식 $2x - 1 > 0$, $(x + 1)(x - a) < 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이 되도록 하는 정수 a 의 값은? (단, $a > 1$)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{1}$$

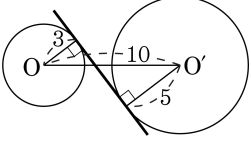
$$(x + 1)(x - a) < 0$$

$$\therefore -1 < x < a \dots\dots \textcircled{2}$$

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이므로

$$\therefore a = 3$$

14. 다음 그림의 두 원 O와 O'에서 공통내접선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

공통내접선의 길이는 $\sqrt{10^2 - (3 + 5)^2} = 6$

15. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 과 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만날 때, k 의 값의 범위는?

① $-2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5}$

② $-3\sqrt{5} < k < 3\sqrt{5}$

③ $-4\sqrt{5} < k < 4\sqrt{5}$

④ $k < -\sqrt{5}$ 또는 $k > \sqrt{5}$

⑤ $k < -2\sqrt{5}$ 또는 $k > 2\sqrt{5}$

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|0 + 0 + k|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{5}}$$

이 때, 원의 반지름의 길이가 2 이므로

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\frac{|k|}{\sqrt{5}} < 2 \quad \therefore -2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5}$$

16. 복소수 z 의 켤레복소수를 $\bar{z}$ 라 할 때, 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $z \neq 0$)

보기

- $\textcircled{\text{㉠}}$ $z + \bar{z}$ 는 실수이다.
- $\textcircled{\text{㉡}}$ $z\bar{z} > 0$
- $\textcircled{\text{㉢}}$ $z - \bar{z}$ 는 허수이다.
- $\textcircled{\text{㉤}}$ $z^2 + \bar{z}^2 \geq 0$

- $\textcircled{\text{①}}$ $\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$
- $\textcircled{\text{②}}$ $\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉢}}$
- $\textcircled{\text{③}}$ $\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{\text{④}}$ $\textcircled{\text{㉡}}$, $\textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{\text{⑤}}$ $\textcircled{\text{㉡}}$, $\textcircled{\text{㉢}}$, $\textcircled{\text{㉤}}$

해설

$z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, (a, b 는 실수)
 $\textcircled{\text{㉠}}$ $z + \bar{z} = 2a$ (실수)
 $\textcircled{\text{㉡}}$ $z\bar{z} = a^2 + b^2 > 0$
 $\textcircled{\text{㉢}}$ $z - \bar{z} = 2bi$, $b = 0$ 일 경우에는 0 이다.
즉, z 가 실수부로만 이루어져 있는 경우에는 실수이다.
 $ex)$ $z = 3$, $\bar{z} = 3$, $z - \bar{z} = 3 - 3 = 0$
 $\textcircled{\text{㉤}}$ $z^2 + \bar{z}^2 = 2(a^2 - b^2) \rightarrow$ 우변이 0보다 크거나 같다고 할 수는 없다.

17. $\bar{z} = -z$ 를 만족하는 z 에 대하여 $w = \frac{z-1}{z+1}$ 이라 할 때, $w\bar{w}$ 의 값을 구하여라. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켈레복소수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수) 로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$

$\bar{z} = -z$ 이므로 $a - bi = -(a + bi)$

$a - bi = -a - bi$, $2a = 0$

따라서 $a = 0$ 이므로 $z = bi$

$z = bi$ 를 $w = \frac{z-1}{z+1}$ 에 대입하면

$$w = \frac{-1+bi}{1+bi}, \bar{w} = \overline{\left(\frac{-1+bi}{1+bi}\right)} = \frac{-1-bi}{1-bi}$$

$$\begin{aligned} \therefore \bar{w} &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{-1-bi}{1-bi} \\ &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{-(1+bi)}{-(-1+bi)} \\ &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{1+bi}{-1+bi} = 1 \end{aligned}$$

18. 방정식 $x^2 - 2|x| - 3 = 0$ 의 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

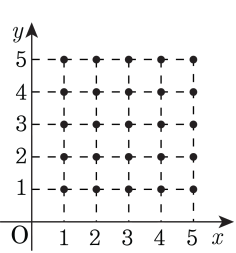
▷ 정답 : 0

해설

i) $x \geq 0$ 일 때
 $x^2 - 2x - 3 = 0, (x + 1)(x - 3) = 0$
 $x = -1$ 또는 $x = 3$
그런데 $x \geq 0$ 이므로 $x = 3$
ii) $x < 0$ 일 때
 $x^2 + 2x - 3 = 0, (x - 1)(x + 3) = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = -3$
그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -3$
(i), (ii) 에서 $x = 3$ 또는 $x = -3$
따라서 근의 합은 0이다.

19. 다음 그림의 격자점 중 $xy + x - 2y - 2 = 3$ 을 만족시키는 점은 모두 몇 개인가?

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개
④ 3 개 ⑤ 4 개



해설

$xy + x - 2y - 2 = x(y + 1) - 2(y + 1)$
 $= (x - 2)(y + 1)$ 이므로
 $(x - 2)(y + 1) = 3$ 에서 문제의 x, y 는
i) $x - 2 = 1, y + 1 = 3$ 일 때, $x = 3, y = 2$
ii) $x - 2 = 3, y + 1 = 1$ 일 때, $x = 5, y = 0$
iii) $x - 2 = -1, y + 1 = -3$ 일 때, $x = 1, y = -4$
iv) $x - 2 = -3, y + 1 = -1$ 일 때,
 $x = -1, y = -2$
 x, y 는 자연수이므로 조건을 만족시키는 점은 (3, 2) 뿐이다.

20. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$

② $m > -2$

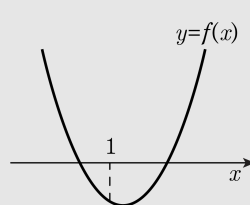
③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$

⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
 $f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$
 $\therefore m > 5$



21. 두 점 A(3, 2), B(6, 5)에 대하여 $2\overline{AP} = \overline{BP}$ 를 만족시키는 점을 P라 할 때, 점 P와 직선 $x+y+3=0$ 사이의 거리의 최솟값은?

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$$2\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } 4\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$$

점 P의 좌표를 (x, y)로 놓으면

$$4\{(x-3)^2 + (y-2)^2\} = (x-6)^2 + (y-5)^2$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$$

$$\therefore (x-2)^2 + (y-1)^2 = 8$$

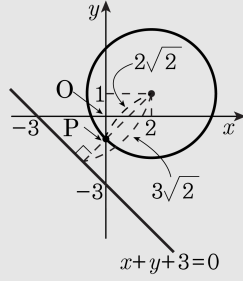
따라서 점 P는 중심이 (2, 1)이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 원을 움직인다.

이때, 원의 중심 (2, 1)과 직선 $x+y+3=0$

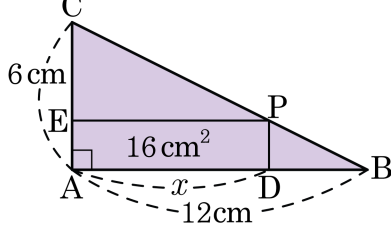
$$\text{사이의 거리는 } \frac{|2+1+3|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 3\sqrt{2} \text{이므로}$$

아래 그림에서 점 P와 직선 $x+y+3=0$ 사이의 거리의 최솟값은

$$3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$



22. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗면 위에 점 P 를 잡아 직사각형 EADP 를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가 16cm^2 이었다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면? (단, $\overline{AD} > 6\text{cm}$)



- ① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \sim \triangle CAB$ (AA닮음) 이므로

$$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$$

$$\text{즉, } \overline{CE} : x = 6 : 12$$

$$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x$$

$$\text{따라서 } \overline{EA} = 6 - \frac{1}{2}x \text{ 이므로 } x \left(6 - \frac{1}{2}x \right) = 16$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 6x = 16$$

$$x^2 - 12x + 32 = (x - 4)(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

$$\text{그런데 } 6 < x < 12 \text{ 이므로 } x = 8(\text{cm})$$

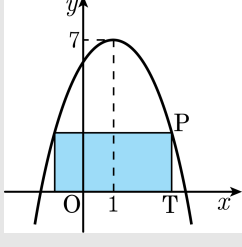
23. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형에 내접하고, 한 변이 x 축 위에 오는 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



포물선 위의 임의의 점 P 의 좌표는

$(t, -t^2 + 2t + 5)$ 이다.

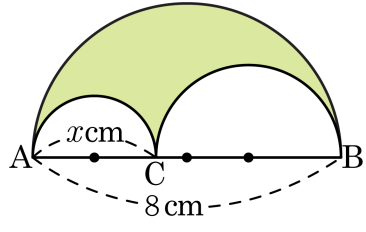
직사각형의 가로의 길이는 $2(t - 1)$,

직사각형의 세로의 길이는 $-t^2 + 2t + 5$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{(둘레의 길이)} &= 2\{2(t - 1) - t^2 + 2t + 5\} \\ &= 2(-t^2 + 4t + 3) \\ &= -2t^2 + 8t + 6 \\ &= -2(t - 2)^2 + 14 \end{aligned}$$

$t = 2$ 일 때, 최댓값은 14 이다.

24. 다음 그림과 같이 세 개의 반원으로 이루어진 도형이 있다. $\overline{AB}$ 의 길이가 8cm 이고 색칠한 부분의 넓이가 $y\pi\text{cm}^2$ 일 때, y 의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{AC} = x\text{cm}$ 이므로 $\overline{BC} = (8 - x)\text{cm}$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이 S 는
(전체 반원의 넓이 - 작은 두 반원의 넓이의 합)이다.

$$\frac{1}{2} \times 4^2\pi - \left\{ \frac{1}{2}\pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi \left(\frac{8-x}{2}\right)^2 \right\} = y\pi$$

$$8\pi - \left(\frac{x^2}{8}\pi + \frac{64 - 16x + x^2}{8}\pi \right) = y\pi$$

$$8\pi - \left(\frac{2x^2 - 16x + 64}{8} \right)\pi = y\pi$$

$$-\frac{1}{4}x^2\pi + 2x\pi = y\pi$$

$$y\pi = -\frac{1}{4}\pi(x^2 - 8x)$$

$$= -\frac{1}{4}\pi(x^2 - 8x + 16 - 16)$$

$$= -\frac{1}{4}\pi(x - 4)^2 + 4\pi\text{이다.}$$

따라서 두 원의 반지름이 각각 4 cm 일 때, 넓이는 최댓값 $4\pi\text{cm}$ 를 갖는다.

25. 사차방정식 $x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 5x + 1 = 0$ 의 두 실근의 합을 구하면?

- ① -5 ② -6 ③ 0 ④ 5 ⑤ 6

해설

짝수차 상반방정식이므로
양변을 x^2 으로 나누면
$$x^2 + 5x - 4 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0,$$
$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 6 = 0$$
 $x + \frac{1}{x} = t$ 라 놓으면
 $t^2 + 5t - 6 = 0, (t + 6)(t - 1) = 0$
 $\therefore t = 1, -6$
즉, $x + \frac{1}{x} = 1, x + \frac{1}{x} = -6$
 $\therefore x^2 - x + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 $x^2 + 6x + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
①식은 허근을 가지므로 조건에 맞지 않고
②식에서 두 실근의 합은
근과 계수와의 관계에서
 $\therefore \alpha + \beta = -6$